

# UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ

*Shirley Maria Ribeiro de Sá*

## MAXIMIZAÇÃO DO LUCRO DE UMA EPP ATRAVÉS DE PROGRAMAÇÃO LINEAR

Trabalho de Conclusão de Curso submetido ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção como requisito parcial à obtenção do título de *MBA*.

**Orientador:** Prof. José Arnaldo Montevechi, Dr.

**Co-orientador:** Prof. Edson de Oliveira Pamplona, Dr.

Itajubá, fevereiro de 2004.

SÁ, Shirley Maria Ribeiro. *Maximização do lucro de uma EPP através de Programação Linear*. Itajubá: UNIFEI, 2004. 69p. (Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção da Universidade Federal de Itajubá).

Palavras-Chaves: Lucro - Estoque - Cliente - Limite de faturamento

# UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ

*Shirley Maria Ribeiro de Sá*

## MAXIMIZAÇÃO DO LUCRO DE UMA EPP ATRAVÉS DE PROGRAMAÇÃO LINEAR

Trabalho de Conclusão de Curso aprovado por banca examinadora em  
20 de fevereiro de 2004, conferindo ao autor o título de *MBA*.

### **Banca Examinadora:**

Prof. José Arnaldo Montevechi, Dr.

Prof. Edson de Oliveira Pamplona, Dr.

Prof. Alexandre Ferreira de Pinho, M.Sc.

Itajubá, fevereiro de 2004

## **Dedicatória**

Ao meu esposo Francisco,  
Meu filho Matheus,  
Minha filha Isadora e  
Meus pais Wilson e Maria.

## Agradecimentos

Prof. Eduardo Assis Alvarenga, Dr. pela oportunidade e incentivo para a minha participação neste curso.

Prof. Felício Barbosa Monteiro e demais professores proprietários da Datapool Eletrônica pelas valiosas contribuições dadas para mais esta conquista, ensinando sempre um grande desejo de aprender.

Eng° André Luiz Martins Gesualdi e demais diretores do SIMMMEI pela realização deste MBA.

Prof. Edson de Oliveira Pamplona, Dr. e Professor José Arnaldo Barra Montevechi, Dr. pela orientação deste trabalho e pela incansável dedicação neste curso, colocando em nossas mãos as ferramentas com as quais abriremos novos horizontes.

Aos colegas de estudo e trabalho, em especial Eng° Hécio Pinto, Eng° Domício Custódio de Souza e Tânia Mara Ribeiro B. Kallás pela colaboração e convivência, como reconhecimento e a certeza da nossa sincera amizade.

Ao meu marido Eng° Francisco Carlos de Oliveira e ao meu pai Prof. Wilson Ribeiro de Sá pelo amor e incentivo que contribuíram para a conclusão deste trabalho.

A Deus, sem Ele nada seria possível.

A todos os colaboradores anônimos que de alguma forma contribuíram para a realização e conclusão deste trabalho, fica aqui a minha gratidão.

## Sumário

Dedicatória	i
Agradecimentos	ii
Sumário	iii
Resumo	xi
Lista de Tabelas	xii
Lista de Figuras	xiii
1. Introdução	
1.1 - Objetivo	1
1.2 - Justificativa	1
1.3 - Estrutura do Trabalho	2
2. Revisão da Literatura	
2.1 – Considerações Iniciais	3
2.2 - Pesquisa Operacional	3
2.2.1 - Conceitos	3
2.2.2 - Método da Pesquisa Operacional	4
2.2.3 - Formulação do Problema	5
2.2.4 - Construção do Modelo Matemático	7
2.2.5 - Solução Ótima	9
2.2.6 - Métodos e Modelos da Pesquisa Operacional	10
2.2.6.1 - Modelos de Alocação	10
2.3 - Programação Linear	11
2.3.1 - Conceitos	11
2.3.2 - Função Objetiva e Restrições	12
2.4 - Método Simplex para Solução de Problemas de Programação Linear	13
2.4.1 - Conceitos	13
2.4.2 - Teoremas Básicos	13
2.4.3 - O Método Passo-a-Passo	13
2.5 - Softwares Para Resolução de Problemas de Programação Linear	16
2.6 - O Solver no Excel	17
2.6.1 - Formulação	17
2.6.2 - Parâmetros do Solver	18
2.6.3 - Relatório de Resultados	21

2.7 - Levantamento de Custos	22
2.7.1 - Introdução	22
2.7.2 - Custos Diretos e Indiretos	22
2.7.3 - Custos Fixos e Variáveis	24
2.7.4 - Custos de Materiais Diretos	26
2.7.5 - Critério do Preço Médio para Avaliação dos Materiais	27
2.7.6 - Custo de mão-de-obra direta	27
2.8 - Produção por Ordem e Produção Contínua	28
2.8.1 - Contabilização na Produção por Ordem	29
2.9 – Considerações Finais	30
3. Estudo de Caso	31
3.1 - Considerações iniciais	31
3.2 - A Empresa Escolhida	31
3.3 - Formulação do Problema	32
3.4 - Coleta de Dados	33
3.4.1 - Pedidos em Carteira	33
3.4.2 - Custos de Fabricação	33
3.4.3 - Disponibilidade de Matéria-Prima	35
3.5 - Construção do Modelo Matemático	37
3.5.1 - Definição das Variáveis de Decisão	37
3.5.2 - Função Objetivo	38
3.5.3 - Restrições	40
3.5.3.1 - Restrição de Faturamento	40
3.5.3.2 - Restrições de Demanda	41
3.5.3.3 - Restrições de Tempo	42
3.5.3.4 - Restrições de Matéria-Prima	43
3.5.3.5 - Restrições Adicionais	44
3.5.3.6 – Modelo Matemático	44
3.6 - Solução Ótima	47
3.7 - Análises	48
3.8 - Comparativo de Resultados	48
3.9 - Considerações Finais	50
4. Conclusões e Recomendações	51

4.1 - Considerações Iniciais	51
4.2 - Conclusão	51
4.3 - Recomendações para Trabalhos Futuros	52
4.4 - Considerações Finais	52
Apêndice 1 - Planilha de Cálculo do Lucro	53
Apêndice 2 - Relatório do Solver	54
Referências Bibliográficas	55
Anexo 1 – Pesquisa Operacional e Contabilidade Gerencial	

## Resumo

Esta monografia descreve os conceitos teóricos e uma aplicação prática da programação linear aplicada a pequena empresa, com o objetivo central de maximizar o lucro, considerando-se a carteira de pedidos, o limite de faturamento para enquadramento definido pela legislação, as limitações de estoque de matéria-prima dos diferentes produtos e a disponibilidade de mão-de-obra.

Começa com a justificativa e estrutura deste trabalho, seguida pela revisão bibliográfica resumida, que aborda valiosos conceitos para a efetivação da análise prática.

Na parte principal do trabalho, desenvolve uma experiência real na empresa Datapool Eletrônica Ltda., no mês de dezembro de 2002.

Finalmente, conclui que através da Metodologia de Programação Linear pode-se obter a solução ótima que garante o máximo lucro à empresa, relevando-se as limitações reais existentes.

## Lista de Tabelas

Tabela 3.1 – Carteira de Pedidos	34
Tabela 3.2 – Custos Diretos de Fabricação	36
Tabela 3.3 – Estoque de Matéria-Prima	35
Tabela 3.4 – Lucro Líquido	39

## Lista de Figuras

Figura 2.1 – Janela de Parâmetros do Solver	19
Figura 2.2 – Janela para Entrada das Restrições	19
Figura 3.1 – Processo Produtivo	32
Figura 3.2 – Comparativos de Resultados	50

# Capítulo 1

## INTRODUÇÃO

### 1.1- Objetivo

O objetivo deste trabalho é utilizar-se da Programação Linear para resolução de um problema de tomada de decisão, para otimização do lucro de uma empresa de pequeno porte.

### 1.2- Justificativa

A Pesquisa Operacional é uma abordagem poderosa e eficaz para resolver problemas gerenciais reais e refere-se ao contínuo acompanhamento das atividades do dia-a-dia de uma organização.

Exemplos de freqüentes aplicações podem se citar programação da produção, controle de estoques, manutenção e reparos de instalações.

A adoção da pesquisa operacional para uma tomada de decisão em substituição a intuição garante consistentemente a melhor solução.

Para que as pequenas empresas possam continuar competitivas no mercado, elas possuem incentivos fiscais que reduzem sua tributação. Evidentemente, a EPP não deve de deixar de usufruí-los e, conseqüentemente, manter enquadrada ao limite anual de faturamento de acordo com a legislação.

Entretanto, a empresa tem por objetivo alcançar o maior lucro com a melhor alocação de seus recursos.

Este trabalho desenvolve uma aplicação da Programação Linear para que uma EPP - Empresa de Pequeno Porte possa atender ao mercado, não ultrapassando o limite imposto pela legislação para usufruir dos benefícios fiscais, considerando o lado financeiro da empresa: maximizar o lucro.

A aplicação da Pesquisa Operacional é essencial não somente para as grandes empresas e problemas complexos, mas também para as pequenas empresas que fizerem uso verdadeiramente efetivo desta abordagem.

### 1.3- Estrutura do Trabalho

Neste Capítulo 1 são apresentados o objetivo deste trabalho, a justificativa e a estrutura de desenvolvimento do mesmo.

No Capítulo 2 apresenta uma Revisão da Literatura. Dividido em 7 partes, são feitas uma breve revisão bibliográfica sobre Pesquisa Operacional e Custos. Na primeira parte - Pesquisa Operacional - apresenta conceitos, métodos, e modelos da Pesquisa Operacional. Na Segunda parte - Programação Linear - resume umas das técnicas mais utilizadas em P.O.. Na terceira parte - Método Simplex - descreve uma metodologia para resolução de problemas de programação linear. Na Quarta parte - Software - enumeramos diferentes ferramentas computacionais para solução de problemas. Na Quinta parte - O Solver - são feitos esclarecimentos sobre esta ferramenta disponível no Excel. Na Sexta parte - Levantamento de Custos - detalha os conceitos de custos que serão utilizados para a obtenção de dados do modelo. Finalmente, na sétima parte - Produção por Ordem e Produção Contínua - esclarece as duas formas de custeio.

No Capítulo 3 é apresentado uma aplicação especial de uma análise de otimização linear, realizado em uma empresa de pequeno porte.

O Capítulo 4 finaliza com as conclusões deste trabalho e recomendações para futuros trabalhos.

# Capítulo 2

## REVISÃO DA LITERATURA

### 2.1 – Considerações Iniciais

Este capítulo apresenta os conceitos essenciais de Pesquisa Operacional e Custos para o desenvolvimento deste trabalho.

Em pesquisa operacional aborda definições, métodos, formulação do problema, modelo matemático, solução ótima, métodos, programação linear, método simplex, softwares para soluções de problemas de programação linear e, em especial, o solver.

Na segunda parte apresenta os conceitos de custos diretos e indiretos, fixos e variáveis, custos de materiais diretos, critério do preço médio, custo de mão-de-obra direta, produção por ordem e produção contínua.

### 2.2 – Pesquisa Operacional

#### 2.2.1 – Conceitos

**Conceito 1:** PO é a aplicação do método científico, por equipes interdisciplinares, a problemas que dizem respeito ao controle de sistemas organizados (homem-máquina) com a finalidade de obter as soluções que melhor satisfazem aos objetivos da organização, como um todo.

**Conceito 2:** A PO se esforça ao máximo para compensar a incerteza, mas não a pode eliminar. (Pois é importante assinalar que como estão implicados fatores humanos e máquinas, é fornecida uma estimativa da incerteza no resultado previsto e nos valores, nas eficiências e nos custos da ação proposta).

**Conceito 3:** A PO firmou-se como uma atividade que pode colocar a serviço da gerência – e realmente o faz – novas atitudes, novos conceitos e novas técnicas; ajudando-a a resolver problemas complexos e tomar decisões importantes.

**Conceito 4:** PO é a aplicação de análises quantitativas dos problemas gerenciais. O objetivo da análise é encontrar as melhores soluções dos problemas, isto é, escolher as boas decisões.

**Conceito 5:** PO é a preparação científica das decisões, visando a modificação do binômio “Experiência – Intuição” pela “Informação – Racionalidade”.

**Conceito 6:** A PO é o conjunto de métodos que depois de haver analisado, recorrendo as diversas disciplinas científicas envolvidas, as relações que unem os fatores de ordem técnica ou psicológica que concorrem na formação de um fenômeno econômico ou humano se propõem, com a finalidade de preparar as decisões que se devem tomar, determinar racionalmente as soluções mais eficientes (eficazes) ou as mais econômicas, recorrendo a procedimentos estatísticos e/ou matemáticos cuja aplicação exige na maioria das vezes o emprego de computadores.

### 2.2.2 – Método da Pesquisa Operacional

Um estudo de PO consiste em construir um modelo da situação física. Um modelo de PO é definido como uma representação idealizada de um sistema organizacional. Este sistema pode já ser existente ou pode ainda ser uma idéia a espera de execução.

No primeiro caso, o objetivo do modelo é analisar as operações do sistema para verificar sua performance. No segundo, o objetivo é identificar a melhor estrutura do futuro sistema.

A complexidade de um sistema real resulta do grande número de variáveis que comandam as operações do sistema, embora um sistema real possa envolver um número substancial de variáveis, geralmente uma pequena fração destas variáveis domina as operações do sistema. Então, a simplificação do sistema real em termos de um modelo condensado, identificando apenas as variáveis dominantes e as relações entre elas, é o empregado.

Em um estudo de PO ocorrem normalmente as seguintes fases:

1. Formulação (ou definição) do problema;

2. Construção do modelo matemático;
3. Obtenção de uma solução a partir do modelo;
4. Teste do modelo e avaliação da solução obtida;
5. Estabelecimento de controle sobre a solução;
6. Implantação da solução.

### 2.2.3 – **Formulação do Problema**

Para se obter a solução de um problema, necessitasse antes formulá-lo de modo a tornar possível a pesquisa.

A maioria dos problemas práticos são trazidos a uma equipe de pesquisa operacional de uma maneira vaga e imprecisa.

Em conseqüência, o primeiro passo consiste em estudar o sistema e estabelecer de uma maneira bem definida o problema a ser considerado. Para isto, vários elementos devem ser determinados exatamente tais como, os objetivos a atingir, as restrições que devem ser consideradas, o inter-relacionamento entre o setor a ser estudado e outros setores da organização, as possíveis linhas de ação alternativas, etc.

Como todas as conclusões serão obtidas a partir desta formulação, esta fase tem importância capital para o estudo e a formulação inicial deve ser continuamente revista à luz dos novos dados obtidos durante as fases posteriores.

Para determinação dos objetivos apropriados é necessário identificar a pessoa (ou pessoas) que toma as decisões relativas ao sistema em estudo, investigar seus objetivos e analisá-los a fim de estabelecer precisamente os principais objetivos a atingir a fim de que não sejam eliminadas metas ou alternativas de valor.

Por sua natureza a pesquisa operacional preocupa-se em resolver os problemas da organização considerada como um todo e não somente os de alguns de seus setores.

Por isto, os objetivos formulados devem ser aqueles de toda a organização, não significando, entretanto, que cada problema deve ser resolvido em um estudo de toda organização. Na realidade os objetivos fixados devem ser tão específicos quanto possíveis, desde que englobem as principais metas de tomada de decisão e mantenham um grau razoável de consistência com os objetivos de nível mais elevado da organização. Os efeitos laterais em outros setores da organização devem, então, ser

considerados somente para verificar se estão coerentes com estes objetivos de nível mais elevado.

Para formular um problema precisa-se, pois, examinar os seguintes aspectos:

1 – Quem toma a decisão?

2 – Quais os objetivos?

(A partir destas informações e de outros dados estabelecemos uma medida de desempenho, para avaliar as alternativas de ação).

3 – Quais aspectos da situação estão sujeitos ao controle de quem toma a decisão (as variáveis controladas) e dentro de que limites essas variáveis podem ser controladas (restrições).

4 – Que outros aspectos do meio ambiente, envolvam ou não seres humanos, podem afetar os resultados das escolhas disponíveis (as variáveis não controladas).

Portanto, formular um problema para pesquisa consiste em identificar, definir e especificar as medidas dos componentes de um modelo de decisão. A determinação da relação entre estes componentes (a função  $f$ ) é o objetivo da fase da pesquisa denominada construção do modelo.

Nesta primeira fase do estudo, portanto, requer a definição do problema. Do ponto de vista da PO, isto indica três aspectos principais:

- a) Uma exata descrição dos objetivos do estudo;
- b) Uma identificação das variáveis de decisão do sistema;
- c) Reconhecimento das limitações, restrições, as possíveis linhas de ação alternativas, o inter-relacionamento entre o setor a ser estudado e outros setores da organização.

É impossível extrair respostas certas de um problema errado. Não se deve esquecer as principais partes que afetam os negócios de uma firma:

- a) O proprietário (acionistas) que deseja lucros (dividendos, ações, bonificações, valorização do capital, etc.);
- b) Os empregados, que desejam emprego estável com razoável salário;
- c) Os clientes, que desejam um produto confiável a um preço módico (razoável);
- d) Os vendedores, que desejam integridade e uma boa remuneração pelas boas qualidades de vendedor;

- e) O governo e, conseqüentemente, a nação, que deseja o pagamento de taxas justas e considerações de interesses nacionais.

#### 2.2.4 – Construção do Modelo Matemático

Os modelos são representações idealizadas (abstratas) dos problemas; geralmente fazem-se aproximações e hipóteses simplificadoras para que sejam resolvíveis.

Nesta fase do estudo faz-se a construção do modelo. Um modelo deve especificar as expressões quantitativas para o objetivo e as restrições do problema em termos de suas variáveis de decisão. Existem vários tipos básicos de modelo. O modelo matemático é o modelo universal da PO. Sua linguagem são as equações. Na formulação destes tipos admite-se que todas as variáveis relevantes são quantificáveis.

Então, os símbolos matemáticos são usados para representar as variáveis, as quais são então representadas por funções matemáticas apropriadas para descrever as operações do sistema.

A solução do modelo é então procurada pela manipulação matemática apropriada.

Em complementação dos modelos matemáticos, modelos de simulação e heurísticos são usados.

A estrutura básica dos modelos de PO assume a forma da equação 2.1.

$Z = f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n; y_1, y_2, y_3, \dots, y_n)$	(2.1)
---	-------

Onde:

$Z$  = função objetivo (medida de eficiência do sistema)

$x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$  = sistemas de variáveis que são sujeitas ao controle

$y_1, y_2, y_3, \dots, y_n$  = sistemas de variáveis que não são sujeitas ao controle

Os modelos simulados e heurísticos não tem nenhuma estrutura fixada, um modelo matemático inclui três conjuntos fundamentais de elementos, sendo eles:

- a) **Variáveis de Decisão e Parâmetros:** As variáveis de decisão são as incógnitas para serem determinadas da solução do modelo. Os parâmetros representam as variáveis controladas do sistema e podem ser determinísticos ou probabilísticos;
- b) **Limitações ou Restrições:** Para considerar as limitações físicas do sistema, o modelo deve incluir restrições que limitam os valores possíveis das variáveis de decisão. Isto é, usualmente, expresso em forma de equações e/ou inequações matemáticas;
- c) **Função Objetivo (FO):** Define a medida de efetividade do sistema como uma função matemática de suas variáveis de decisão. Em geral, a solução ótima do modelo é obtida quando os melhores valores correspondentes das variáveis de decisão são substituídos na PO, enquanto satisfazem as restrições. Os modelos matemáticos, em PO, podem ser especificados, geralmente, como determinar os valores das variáveis de decisão  $x_j$ ,  $j = 1, 2, \dots, n$  a qual otimiza  $Z = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$  sujeito a uma série de restrições. Na maioria dos sistemas reais, as restrições de não-negatividade aparecem como condição natural.

Antes da construção de um modelo matemático deve-se responder a 4 perguntas:

- 1) Qual é a medida de efetividade do objetivo? Isto é, como será expressa a solução do problema (em reais economizados, unidades vendidas, itens produzidos, etc.);
- 2) Quais são os fatores sob controle (variáveis controladas)? Isto é, quais aspectos do problema podem-se fazer alguma coisa?
- 3) Quais são os fatores não controlados (as variáveis não controladas)? Isto é, quais aspectos do problema têm-se de aceitar como dados?
- 4) Quais são as relações entre estes fatores e os objetivos? Isto é, pode esta relação ser expressa em forma de relações matemáticas que constituirão um modelo do problema?

Otimização é geralmente tomada para significar a maximização ou minimização da FO. Analistas trabalhando no mesmo problema independentemente podem chegar a modelos diferentes e também a funções objetivo (FO) também diferentes.

Não se deve pensar que a solução ótima do modelo é a melhor solução do problema. Ela é a melhor somente se o critério adotado pode ser justificado como verdadeiro para toda organização.

Na prática, torna-se muito difícil incluir todos os objetivos (possibilidades conflitantes) num critério simples (singular) pois isto pode resultar numa função matemática complexa para a qual nenhuma solução técnica pode ser prontamente obtida, porque alguns objetivos são também inatingíveis para serem quantificados.

Quando o critério objetivo do modelo representa algum, mas não todos os aspectos conflitantes, chamam de uma solução sub-ótima, e que pode não ser a melhor para a organização como um todo.

Após o modelo matemático ser construído, pode ser necessário simplificá-lo para ser tratado analiticamente. Algumas simplificações comuns incluem:

- a) Transformar variáveis discretas em contínuas;
- b) Linearizar funções não lineares;
- c) Eliminar algumas das restrições.

### 2.2.5 – Solução Ótima

Em modelos matemáticos, isto é, feito usando técnicas de otimização bem definidas, o modelo é dito de solução ótima.

Se modelos de simulação ou heurísticos são usados, o conceito de solução ótima não é bem definido e a solução neste caso é usada para obter soluções aproximadas do sistema.

Como um modelo é mais uma representação ideal do que exata, só pode-se afirmar que a solução ótima para o modelo será provavelmente a melhor possível para o problema real, devido aos fatores imponderáveis e as incertezas associadas ao problema.

### 2.2.6 – Métodos e Modelos da PO

Os métodos mais comuns que são usados no âmbito da PO são:

1. Teoria da decisão;
2. Modelos seqüenciais (seqüência e coordenação);
3. Modelos de alocação;
4. Modelos de designação;
5. Modelos de competição;
6. Técnicas clássicas de otimização;
7. Modelos de substituição (reposição);
8. Modelos de estoque (teoria dos estoques);
9. Modelos de filas;
10. Técnicas de simulação;
11. Modelos de programação dinâmica;
12. Modelos de rotas;
13. Métodos – heurísticos.

#### 2.2.6.1 – Modelos de Alocação

Quando existe um número de atividades para serem realizadas, caminhos alternativos de fazê-las, e recursos limitados ou meios para executar cada atividade na melhor linha eficaz, há um problema de alocação destes recursos escassos. O problema é combinar as atividades e os recursos de uma maneira ótima para que toda eficiência seja maximizada, isto é, o lucro é máximo e os custos são mínimos. Isto é conhecido como “programação matemática”.

Quando as restrições são expressas como equações lineares, é chamada “programação linear”. Se uma das restrições não é linear é denominada “programação não linear”. A Teoria da Dualidade da programação linear estabelece a relação entre duas diferentes formulações do mesmo problema. Em adição aos programas lineares e não lineares, existem outros tipos de programações – inteira, quadrática, convexa, estocástica, decisão, paramétrica e dinâmica.

Elas diferem na espécie dos dados e podem ser manipulados de acordo com as suposições feitas.

## 2.3 – Programação Linear

### 2.3.1 – Conceitos

Sem dúvida nenhuma a Programação Linear é uma das técnicas da Pesquisa Operacional das mais utilizadas em se tratando de problemas de otimização.

Os problemas de Programação Linear (PL) buscam a distribuição eficiente de recursos limitados para atender um determinado objetivo, em geral, maximizar lucros ou minimizar custos. Em se tratando de PL, esse objetivo é expresso através de uma função linear, denominada de “Função Objetivo”.

É necessário também que se defina quais as atividades que consomem recursos e em que proporções os mesmos são consumidos. Essas informações são apresentadas em forma de equações ou inequações lineares, uma para cada recurso. Ao conjunto dessas equações e/ou inequações, denomina-se “Restrições do Modelo”.

Normalmente se tem inúmeras maneiras de distribuir os recursos escassos entre as diversas atividades em estudo, bastando para com isso que essas distribuições estejam coerentes com as restrições do modelo. No entanto, o que se busca, num problema PL é a função objetivo, isto é, a maximização do lucro ou a minimização dos custos. A essa solução dá-se o nome de solução ótima.

Assim, a Programação Linear se incube de achar a solução ótima de um problema, uma vez definida o modelo linear, ou seja, a função objetivo e as restrições lineares.

Como foi dito anteriormente, está-se diante de um problema de PL quando os problemas práticos que se pretende resolver pode ser escrito de forma de maximização (ou minimização) de uma função objetivo linear, sujeita a um conjunto de restrições que podem ser expressos sob a forma de inequações ou equações lineares.

### 2.3.2 – Função Objetivo e Restrições

Não é tarefa fácil, naturalmente, aplicar um modelo de otimização linear a um problema real de negócios; o uso do modelo deve ser justificado com base em sua contribuição potencial, direta ou indireta, aos lucros da companhia.

É raro um administrador que reconheça imediatamente que resolver seu problema de tomada de decisão é equivalente a resolver um modelo de programação linear. Mesmo o executivo completamente treinado nas *técnicas* de modelos de otimização linear acha difícil concluir, à primeira vista, que tais métodos valerão a pena. A razão é simplesmente que é quase sempre necessária uma certa quantidade de hábeis tentativas para determinar se a essência de um problema de decisão complexo pode ser captado num modelo linear. Para ilustrar, o analista deve considerar completamente a seleção apropriada de uma função-critério a ser otimizada. Em alguns exemplos, ele pode testar **critérios múltiplos**, isto é, aplicar várias diferentes (talvez incomensuráveis) funções-objetivo, para ver se elas apontam estratégias significativamente diferentes. Ele deve também tomar cuidado em representar as restrições relevantes a serem impostas na otimização. Os perigos aqui são dobrados: ele não deve passar por cima de nenhum fator significativo, mas, por outro lado, não deve impor tantas restrições que a otimização se torne impossível. O segundo perigo tem-se mostrado o mais difícil de evitar. De fato, a formulação do modelo acarreta cerca de um terço do esforço requerido na aplicação de programação linear.

Em qualquer modelo de Programação Linear:

- ? As variáveis de decisão devem descrever completamente as decisões a serem feitas.
- ? O decisor quer maximizar ou minimizar alguma função das variáveis de decisão.
- ? Existem restrições que são limitações relevantes a serem consideradas.
- ? Na formulação do problema também considera-se as restrições adicionais.

## 2.4 – Método Simplex para solução de problemas de Programação Linear

### 2.4.1 – Conceitos

- ? Um procedimento geral para resolução de problemas de Programação Linear que foi desenvolvido em 1947 por George B. Dantzig, de acordo com Montevichi (2002).
- ? Um método iterativo (algoritmo) utilizado para achar, algebricamente, a solução ótima de um problema de P.L., de acordo com Montevichi (2002).
- ? Um método computacional - um algoritmo - para originar soluções numéricas a modelos de programação linear, de acordo com Wagner (1988).

### 2.4.2 – Teoremas Básicos

**Teorema 1** – O conjunto de todas as soluções compatíveis do modelo de programação linear é um conjunto convexo cujos vértices (pontos extremos) correspondem a soluções básicas viáveis.

**Teorema 2** – Se a função objetiva possui um máximo (mínimo) finito, então pelo menos uma solução ótima é um ponto extremo do conjunto convexo do teorema 1.

### 2.4.3 – O Método Passo a Passo

O Método Simplex compreende os seguintes passos:

1. Achar uma solução compatível básica inicial;
2. Verificar se a solução atual é ótima. Se for, pare. Caso contrário, siga para o passo 3;
3. Determinar a variável não-básica que deve entrar na base;
4. Determinar a variável básica que deve sair da base;
5. Achar a nova solução compatível básica e voltar ao passo 2.

O Método Simplex é aplicado diretamente quando:

1. Todas as restrições são  $\leq b_i$
2. Todos os  $b_i \geq 0$
3. Se quer maximizar  $Z$

Quando uma dessas condições não é atendida, estamos em presença de um caso particular.

Primeiro Passo: Transformar o sistema de M desigualdades lineares restritivas em um sistema de M equações lineares.

Para isso adiciona-se a cada uma das desigualdades uma variável não-negativa chamada “Variável de Folga”.

Obs.: Tem-se tantas variáveis de folga quantos forem as restrições.

Representação das Folgas =  $x_{n+1}$ ,  $x_{n+2}$ , ...,  $x_{n+m}$ .

Segundo Passo: Colocar as equações em forma de tabela.

$Z - c_1 x_1 + c_2 x_2 + \dots + c_n x_n = 0$	(2.2)
$a_{11} x_1 + a_{12} x_2 + \dots + a_{1n} x_n = b_1$	(2.3)
$a_{21} x_1 + a_{22} x_2 + \dots + a_{2n} x_n = b_2$	(2.4)
$a_{31} x_1 + a_{32} x_2 + \dots + a_{3n} x_n = b_3$	(2.5)
..... = ....	
..... = ....	
$a_{m1} x_1 + a_{m2} x_2 + \dots + a_{mn} x_n = b_m$	(2.6)

Terceiro Passo: Determinar uma solução viável.

Pode ser demonstrado que a solução ótima de uma problema de programação linear é uma solução básica. Uma solução básica para um sistema de M equações e N incógnitas.

Possui M variáveis diferentes de 0 (zero) e (N – M) variáveis iguais a 0 (zero). As variáveis diferentes de 0 (zero) são chamadas “Variáveis Básicas” e aquelas iguais a 0 (zero) são as “Variáveis não Básicas”.

No Método Simplex escolhe-se como variáveis básicas aquelas em cuja coluna aparece um valor igual a 1 e os demais iguais a 0 (zero).

Em outras palavras, comece com uma solução com folga em tudo, de acordo com Wagner (1988).

A palavra *básica* provém da propriedade matemática de que a solução é representada por  $n$  variáveis, sendo “ $n$ ” o número de relações lineares, e que os valores destas  $n$  variáveis são determinados univocamente (e dependentes das constantes do lado direito das equações). Como você descobrirá, o método simplex emprega somente soluções básicas tentativas.

Quarto Passo: Verificar se a solução é ótima

Examinar os valores dos coeficientes das Variáveis não básicas na 1<sup>o</sup> linha (linha de  $Z$ ) e concluir:

- a. Se todos os valores forem positivos a solução é ótima e única;
- b. Se aparecerem valores positivos e alguns nulos a solução é ótima mas não única;
- c. Se aparecer algum valor negativo a solução não é ótima. Deve-se, então executar o 5<sup>o</sup> passo.

Uma reflexão de momento leva a examinar os coeficientes na Linha 0 daquelas variáveis correntemente não na base.

Cada coeficiente negativo representa quanto  $x_0$  aumentará se você fizer a variável correspondente igual a 1. Esta conclusão em relação à interpretação dos coeficientes na Linha 0 permanece válida durante todos os cálculos tentativos, e registramos aqui o princípio geral.

Quinto Passo: Determinar a variável que entra ( $X_e$ )

A variável que entra deve satisfazer as seguintes condições:

- ser igual a 0 (zero) na solução atual (ou seja, deve ser não básica);
- ter coeficiente menor ou igual a 0 (zero) na linha de  $Z$  (na 1<sup>a</sup> linha);
- possuir em sua coluna, pelo menos um coeficiente positivo. Escolher para entrar na base aquela que apresentar, na linha de  $Z$ , o coeficiente negativo de maior valor absoluto. Marcar a coluna na tabela.

Sexto Passo: Determinar a variável que sai ( $X_s$ )

Calcula-se o valor de  $b_i/a_{ie}$  para cada linha da tabela e escolhe-se para sair a variável para a qual o quociente tiver o menor valor não negativo.

Marcar na matriz a linha de  $x_s$ .

**Sétimo Passo:** Calcular a nova matriz de coeficientes

Os coeficientes da nova matriz podem ser calculados da seguinte maneira:

1º – Dividir todos os elementos da linha marcada pelo pivô (esta linha não muda mais).

2º – Multiplicar a linha marcada pelo fator  $F_i = a_{ie} / a_{se}$

Subtrair a linha  $i$  da matriz, da linha marcada e multiplicada pelo fator  $F_i$ .

3º – Substituir na coluna base a variável que sai pela variável que entra.

Se todas as variáveis não-básicas tiverem coeficientes positivos ou zero na linha  $O$  já foi obtida uma solução ótima, de acordo com Wagner (1988). Caso contrário, repetir os passos do 4º ao 7º até que a solução ótima seja encontrada.

## 2.5 – Softwares para Resolução de Problemas de Programação Linear

A utilização de programação linear é recomendada para problemas de maior porte, em que muitas variáveis e restrições devem ser consideradas. Por isso, o desenvolvimento de algoritmos computacionais eficientes e precisos têm sido a maior preocupação entre os pesquisadores. Programas adequados existem, virtualmente, para cada sistema computacional comercial desenvolvido nos últimos 20 anos.

Problemas de grande porte requerem sistemas computacionais potentes e, portanto, sistemas paralelos têm sido utilizados nos últimos anos. Entretanto, problemas menores podem ser resolvidos em um computador pessoal utilizando um dos softwares desenvolvidos para resolução de problemas de programação linear, como por exemplo, Xpress-MP LINDO e MINOS.

Para problemas considerados médios, é recomendável a utilização de planilhas eletrônicas com recursos para resolução de problemas. Exemplos destas planilhas são o “What’s Best?” (LINDO Systems) para Lotus 1-2-3, o Microsoft Excel e Borland Quattro e ainda o Solver para Microsoft Excel. Todos eles são ferramentas poderosas, apesar de sua aparência simples.

O Solver do Excel será o software utilizado na aplicação da empresa Datapool.

## 2.6 – O Solver do Excel

Como foi dito anteriormente, a aplicação de programação linear não é mais limitada pela necessidade de um software especialista. Planilhas eletrônicas geralmente possuem ferramentas que podem ser utilizadas para atacar problemas de programação linear de tamanho considerável. Talvez as duas planilhas mais utilizadas sejam o Excel, que contém um opcional conhecido como Solver, e o Lotus 1-2-3, que possui o módulo “What’s Best?”. Ambos os softwares especialistas podem resolver problemas de tamanho razoável. Existe, é claro, alguns perigos na sua facilidade de uso, assim como existem armadilhas que devem ser evitadas quando modelos de programação linear são construídos e rodados, as quais podem ser encobertas neste software amigável. Entretanto, a disponibilidade deste software é algo passível de ser elogiada.

### 2.6.1 – Formulação

Na base de qualquer modelo de programação linear existe um conjunto de restrições as quais uma função objetivo a ser otimizada está submetida.

Estas equações podem ser representadas através da utilização de matrizes.

Da Definição Geral de Programação Linear

$\text{Max ou Min } Z = C_1 x_1 + c_2 x_2 + \dots + c_n x_n$	(2.7)
Sujeito a:	
$a_{11} x_1 + a_{12} x_2 + \dots + a_{1n} x_n (\leq \text{ou} = \text{ou} \geq) b_1$	(2.8)
$a_{21} x_1 + a_{22} x_2 + \dots + a_{2n} x_n (\leq \text{ou} = \text{ou} \geq) b_2$	(2.9)
$a_{31} x_1 + a_{32} x_2 + \dots + a_{3n} x_n (\leq \text{ou} = \text{ou} \geq) b_3$	(2.10)
..... ( $\leq \text{ou} = \text{ou} \geq$ ) ....	
..... ( $\leq \text{ou} = \text{ou} \geq$ )....	
$a_{m1} x_1 + a_{m2} x_2 + \dots + a_{mn} x_n (\leq \text{ou} = \text{ou} \geq) b_m$	(2.11)
$x_1, x_2, \dots, x_n \geq 0$	(2.12)

Na forma de matriz

$$x_1, x_2, \dots, x_n$$

Max ou Min.

$c_1, c_2, \dots, c_n$
------------------------

Sujeito as

restrições

$a_{11}$	$a_{12}$	.....	$a_{1n}$
$a_{21}$	$a_{22}$	.....	$a_{2n}$
.	.		.
.	.		.
$a_{m1}$	$a_{m2}$	.....	$a_{mn}$

$(\leq \text{ou} = \text{ou} \geq)$

$(\leq \text{ou} = \text{ou} \geq)$

$(\leq \text{ou} = \text{ou} \geq)$

limite

$b_1$
$b_2$
.
.
$b_m$

O primeiro estágio de uso do Solver é escrever esta matriz na planilha.

Uma coluna deve ser reservada para representar a utilização das restrições ou limites.

Uma célula da planilha deve ser utilizada para armazenar o resultado da otimização.

### 2.6.2 – Parâmetros do Solver

Utilizando os botões do mouse ou teclado, devemos selecionar o Solver a partir do menu de ferramentas do Microsoft Excel. A Figura 1 apresenta a janela de parâmetros do Solver é utilizada quando o usuário fornece ao Solver as informações necessárias para que o mesmo busque a solução otimizada.

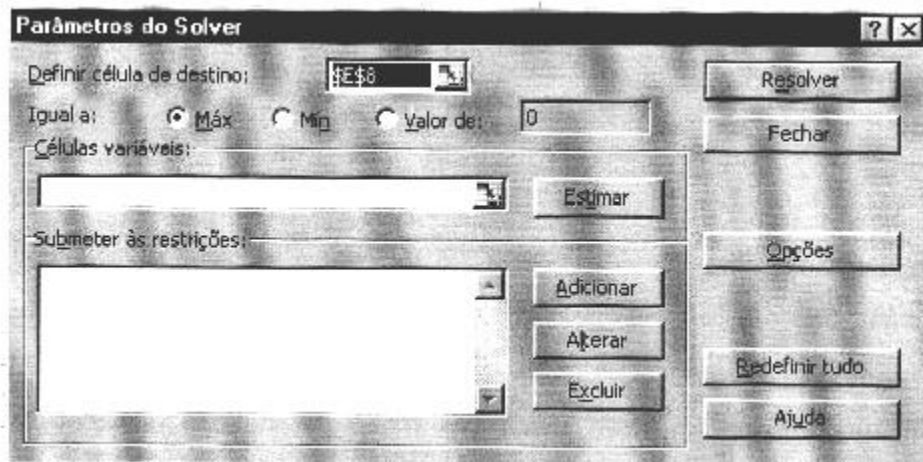


Figura 2.1 - Janela de parâmetros do Solver

1º – Definir célula de destino:

Deve-se indicar em qual célula o valor da função objetivo deverá ser armazenado.

2º – Selecione o objetivo:

Maximizar ou minimizar a função objetivo.

3º – Submeter as restrições:

Para fornecer estas informações, clique no botão adicionar da subjanela de restrições da janela dos parâmetros do Solver. Uma caixa de diálogo, como abaixo, irá aparecer.

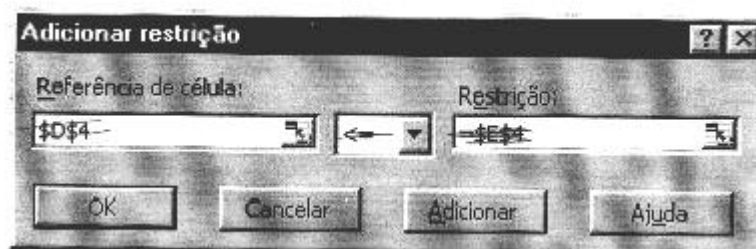


Figura 2.2 - Janela para entrada das restrições

Entre com a primeira restrição, através da célula que contém a expressão, selecionando o símbolo ( $\leq$  ou  $=$  ou  $\geq$ ) da caixa central da janela.

Na caixa à esquerda da janela, indique a célula que contém o valor máximo da correspondente restrição.

Aperte o botão OK e a caixa de diálogo irá fechar-se retornando à janela de parâmetros do Solver.

Todas as demais restrições devem ser informadas do mesmo modo.

#### 4º – Células variáveis:

Entrar com as células que irão variar para que a solução ótima seja encontrada, ou seja, as células que contém os valores das variáveis na solução.

#### 5º – Opções

Antes de executar a otimização, é interessante informar ao Solver que todas as restrições são expressões lineares, assim como a função objetivo. Estas informações devem ser fornecidas, pois estamos tratando de um problema de programação linear. Para entrar com esta informação, clique o botão opções da janela dos parâmetros do Solver. Uma nova janela irá aparecer onde a opção presume modelo linear deve ser selecionada. Isto irá aumentar a velocidade da otimização e, também, fará com que os relatórios fornecidos sejam adaptados para o formato de problemas de programação linear.

#### 6º – Resolver:

Para executar a otimização, retorne à janela de parâmetros e aperte o botão resolver.

É importante observar que muitas outras informações, além do valor ótimo das variáveis estudadas, podem ser obtidas a partir da solução fornecida para um problema de programação linear. Um bom pacote

computacional como o Solver fornece relatórios que ajudam o usuário a entender muito mais sobre a solução apresentada. O Solver fornece três relatórios padrão e permite que sua solução seja exportada para outro pacote se uma análise mais detalhada for necessária.

### 2.6.3 – Relatório de resultados

O relatório resume os resultados da pasta de trabalho e também fornece algumas informações a mais. Estas informações extras podem ser calculadas pelo usuário, mas é importante guardá-las em algum lugar. O relatório da otimização para o problema apresentado possui três partes, como descrito abaixo:

- ? Célula de destino (Máximo): apresenta o máximo lucro obtido pelo Solver. Se este fosse um problema de minimização, esta seção iria conter o valor mínimo;
- ? Células ajustáveis: mostram as variáveis de entrada, seus valores após a solução ótima e seus valores iniciais (zero, neste caso).
- ? Restrições: indicam a utilização de cada um dos recursos ao final da otimização. A coluna de status classifica as restrições como obrigatória (restrição com utilização máxima) ou não-obrigatória, estas últimas são as que apresentam algum recurso que não foi utilizado - indicado pelo valor diferente de zero na coluna diferencial (slacks - folgas).

Os outros dois relatórios fornecem mais informações sobre a sensibilidade da solução ótima, informações que podem ser importantes por várias razões. Primeiro, porque são raros os casos de programação matemática em ciências administrativas nos quais todos os coeficientes ou valores do modelo são conhecidos com precisão. Geralmente, alguns coeficientes são conhecidos e vários serão aproximações, estimativas ou até mesmo hipóteses. O que fazer, se os valores tomados forem errados? Qual será o efeito destes erros na solução? Assim, uma solução alternativa não tão ótima pode ser, algumas vezes, melhor que uma solução ótima que se torna sensível aos valores atribuídos aos coeficientes. A Segunda razão que torna importante a análise de sensibilidade está relacionada à idéia de que o

mundo é dinâmico e, por isso, as coisas estão mudando constantemente. Por exemplo, pode ser verdade que esta semana a matéria-prima tenha um certo custo, porém, se o período observado for um mês, este custo pode ser diferente. Assim, é importante conhecer quais são os efeitos que as mudanças nos coeficientes podem gerar na solução ótima.

## 2.7 – Levantamento de Custos

### 2.7.1 – Introdução

A obtenção dos dados necessários para a aplicação da programação linear para a maximização de lucros exige o cálculo de custos de produção.

São custos de produção os gastos incorridos no processo de obtenção de bens e serviços destinados à venda, e somente eles. Não se incluem nesse grupo as despesas financeiras, as de administração e as de vendas; e é bastante difícil em algumas situações a perfeita distinção entre elas. Não são incluídos também os fatores de produção eventualmente utilizados para outras finalidades que não a de fabricação de bens (serviços) destinados à venda.

O primeiro passo para se obter os dados necessários é conhecer o processo completo da empresa, da recepção de matéria-prima até a expedição de produtos.

Conhecer o processo significa identificar, exatamente quais são os processos, subprocessos e as principais atividades, como é o fluxo de produção, como são consumidos os recursos, enfim, saber exatamente tudo o que ocorre dentro da empresa, conforme GONÇALVES, Cleber Jr. e PAMPLONA, Edson de O (2001).

### 2.7.2 – Custos Diretos e Indiretos

Alguns custos podem ser diretamente apropriados aos produtos, bastando haver uma medida de consumo. São os custos diretos com relação ao produto.

Outros realmente não oferecem condição de uma medida objetiva e qualquer tentativa de alocação tem de ser feita de maneira estimada e muitas vezes arbitrária (como o aluguel, a supervisão, as chefias, etc.). são os *Custos Indiretos* com relação aos produtos.

Portanto, a classificação de Direto e Indireto que estamos fazendo é com relação ao produto feito ou serviço prestado, e não à produção no sentido geral ou aos departamentos dentro da empresa.

Alguns custos têm características especiais. Por exemplo, vimos que parte dos Materiais de Consumo poderia ser apropriada diretamente, mas, dada sua irrelevância, verificou-se não valer a pena esse trabalho; muitas vezes a relação "custo-benefício" é desfavorável para itens de pequena importância.

Outros, como a Depreciação, poderiam também ser apropriados de maneira mais direta, porém, pela própria natureza do custo, não é na maior parte das vezes considerado útil tal procedimento. O próprio valor da depreciação como um todo é tão estimado e arbitrariamente fixado que chega a ser pouco útil a alocação direta.

Finalmente, certos custos, como a Energia Elétrica, podem ser relevantes, mas não tratados como diretos, já que para tanto seria necessária a existência de um sistema de mensuração do quanto é aplicado a cada produto. Por ser caro esse sistema ou de difícil aplicação, ou ainda por não ser muito diferente o valor assim obtido daquele que se calcularia com base na potência de cada máquina e no volume de sua utilização, prefere-se fazer a apropriação de forma indireta.

Cada vez que é necessário utilizar qualquer fator de rateio para a apropriação ou cada vez que há o uso de estimativas e não de medição direta, fica o custo incluído como indireto.

Logo, o rol dos Custos Indiretos inclui Custos Indiretos propriamente ditos e Custos Diretos (por natureza), mas que são tratados como Indiretos em função de sua irrelevância ou da dificuldade de sua medição, ou até do interesse da empresa em ser mais ou menos rigorosa em suas informações.

Pode-se inclusive dizer também que, entre os Indiretos, existem os menos Indiretos (quase Diretos), como Material de Consumo, e os mais Indiretos, como Supervisão da fábrica, Imposto Predial ou Corpo de Segurança.

Com respeito especificamente à mão-de-obra, entendemos então o que seja Direta e Indireta; Direta diz respeito ao gasto com pessoal que trabalha e atua diretamente sobre o produto que está sendo elaborado; a outra, a Indireta, é a relativa ao pessoal de chefia, supervisão ou ainda atividades que, apesar de vinculadas à produção,

nada têm de aplicação direta sobre o produto: manutenção, prevenção de acidentes, Contabilidade de Custos, programação e controle da produção, etc.

### 2.7.3 – Custos Fixos e Variáveis

Além de seu agrupamento em Diretos e Indiretos, os custos podem ser classificados de outras formas diferentes.

Outra classificação usual (e mais importante que todas as demais) é a que leva em consideração a relação entre o valor total de um custo e o volume de atividade numa unidade de tempo. Divide basicamente os Custos em Fixos e Variáveis.

Por exemplo, o valor global de consumo dos materiais diretos por mês depende diretamente do volume de produção. Quanto maior a quantidade fabricada, maior seu consumo. Dentro, portanto, de uma unidade de tempo (mês, nesse exemplo), o valor do custo com tais materiais varia de acordo com o volume de produção; logo, materiais diretos são *Custos Variáveis*.

Por outro lado, o aluguel da fábrica em certo mês é de determinado valor, independentemente de aumentos ou diminuições naquele mês do volume elaborado de produtos. Por isso, o aluguel é um *Custo Fixo*.

É de grande importância notar que a classificação em Fixos e Variáveis leva em consideração a unidade de tempo, o valor total de custos com um item nessa unidade de tempo e o volume de atividade. Não se trata, como no caso da classificação de Diretos e Indiretos, de um relacionamento com a unidade produzida. Por exemplo, a matéria-prima é um Custo Variável, já que, por mês, seu valor total consumido depende da quantidade de bens fabricados. Entretanto, por unidade elaborada a quantidade da matéria-prima é provavelmente a mesma; mas isso não lhe tira a característica de Variável; pelo contrário, reforça-a.

A divisão em Fixos e Variáveis também tem outra característica importante: considerando a relação entre período e volume de atividade, não se está comparando um período com outro. Esse fato é de extrema importância na prática para não se confundir Custo Fixo com custo recorrente (repetitivo). Por exemplo, se a empresa adota um sistema de depreciação com base em quotas decrescentes e com isso atribui para cada ano um valor diferente desse custo, continua tendo na depreciação um Custo Fixo, mesmo que a cada período ele seja de montante diferente. Também, se o aluguel

é reajustado mensalmente em função de qualquer índice e nunca é igual em dois períodos subseqüentes, não deixa de ser um Custo Fixo, já que em cada período seu valor é definido e independe do volume produzido.

Outros exemplos dessa natureza: mão-de-obra indireta - normalmente, é um gasto que, apesar de poder variar de período para período, é um Custo Fixo, pois, por mês, tem seu montante definido não em função do volume de produção; Conta dos Telefones da fábrica - pode ter seu valor diferente em cada mês, mas não é um Custo Variável, pois seu montante não está variando em função do volume de produtos feitos.

Podem-se subclassificar os Custos Fixos em Repetitivos e Não-repetitivos em valor, isto é, custos que se repetem em vários períodos seguintes na mesma importância (caso comum do pessoal da chefia da fábrica, das depreciações, etc.) e custos que são diferentes em cada período (manutenção, energia, etc.).

Outro aspecto dos Custos Fixos é que eles não são, mesmo os repetitivos, eternamente do mesmo valor. Sempre há pelo menos duas causas para a sua modificação: mudança em função de variação de preços, de expansão da empresa ou de mudança de tecnologia. Por exemplo, o valor da Mão-de-obra Indireta pode subir em determinado mês em função de um dissídio; o aluguel pode crescer em virtude da adição de mais um imóvel; e a depreciação pode também aumentar pela substituição de uma máquina velha por outra moderna e mais cara. Todos esses itens são Custos Fixos sempre, apesar de seus valores se modificarem, já que seu montante em cada período é independente do volume de produção.

Alguns tipos de custos têm componentes das duas naturezas. A Energia Elétrica é um exemplo, já que possui uma parcela que é fixa e outra variável; aquela independe de volume de produção, e é definida em função do potencial de consumo instalado, e esta depende diretamente do consumo efetivo. Custos dessa natureza são chamados, às vezes, semivariáveis ou semifixos (outras acepções existem para essas expressões), mas preferiremos, aqui, dizer sempre que são Custos com parte Fixa e parte Variável.

Necessário se torna aqui mencionar que a classificação em Fixos e Variáveis tem outra distinção com relação à classificação em Diretos e Indiretos. Esta última só se aplica a Custos propriamente ditos. Mas aquela também se aplica às Despesas.

Assim, podemos ter Despesas de Vendas Fixas (propaganda, salários da administração das vendas, parte fixa da remuneração dos vendedores etc.) e Variáveis (comissão de vendedores, despesas de entrega, etc.). Aliás, a propaganda é um bom exemplo de Despesa Fixa não necessariamente repetitiva, já que a empresa pode arcar com um gasto dessa natureza num mês e não em outro; apesar dessa sua oscilação, é um valor fixo por período, isto é, definido não em função do volume de atividade (o volume de atividade, para essa despesa, são as vendas e não a produção).

Existem Despesas Financeiras Fixas (juros e encargos de empréstimos) e também podem existir as Variáveis (descontos de duplicatas, se a empresa tem por norma a utilização dessa forma de financiamento). As Despesas de Administração são quase todas fixas, com raríssimas exceções.

Todos os custos podem ser classificados em Fixos ou Variáveis e em Diretos ou Indiretos ao mesmo tempo. Assim, a matéria-prima é um custo Variável e Direto; o seguro é Fixo e Indireto e assim por diante. Os custos variáveis são sempre diretos por natureza, embora possam, às vezes, ser tratados como indiretos por razões de economia.

#### 2.7.4 – Custo de Materiais Diretos

Integram o custo dos Materiais todos os sacrifícios incorridos até sua utilização: impostos de importação, fretes, seguros, armazenagem, recepção, etc. Em alguns casos, a parte desses gastos que é feita internamente por ser jogada para Custos Indiretos e ser rateada aos produtos. Não se incluem nesse tratamento as Despesas Financeiras.

Vários critérios existem para avaliar os materiais: Preço Médio (várias modalidades), PEPS, UEPS e suas combinações. Todos são métodos tecnicamente corretos; apenas o UEPS e o Preço Médio Ponderado Fixo não são aceitos fiscalmente no Brasil.

As Perdas normais integram o custo dos produtos, enquanto as anormais não são incluídas nos custos da produção e jogadas diretamente para o Resultado.

Os subprodutos têm sua receita considerada como redução do custo dos produtos; as sucatas as têm consideradas como receitas extraordinárias. Ambos não recebem custos de produção.

### 2.7.5 – Critério do Preço Médio para avaliação dos Materiais

Se a matéria-prima foi adquirida especificamente para uso numa determinada ordem de produção ou encomenda, não haverá dúvidas no reconhecimento do quanto lhe atribuir: será o seu preço específico de aquisição. Entretanto, se diversos materiais iguais forem comprados por preços diferentes, principalmente por terem sido adquiridos em datas diversas, e forem intercambiáveis entre si, algumas alternativas surgem.

O critério mais utilizado no Brasil é o do Preço Médio para a avaliação dos estoques (conseqüentemente para a do custo dos materiais utilizados). Podemos, no entanto, fixar pelo menos dois tipos diferentes de Preço Médio: Móvel e Fixo.

**Preço Médio Ponderado Móvel:** é assim chamado aquele mantido por empresa com controle constante de seus estoques e que por isso atualiza seu preço médio após cada aquisição.

**Preço Médio Ponderado Fixo:** utilizado quando a empresa calcula o preço médio apenas após o encerramento do período ou quando decide apropriar a todos os produtos elaborados no exercício ou mês um único preço por unidade. Teríamos então que calcular primeiramente o preço médio global do período para daí apropriarmos o custo da matéria-prima consumida.

### 2.7.6 – Custo de mão-de-obra direta

Mão-de-obra Direta é aquela relativa ao pessoal que trabalha diretamente sobre o produto em elaboração, desde que seja possível a mensuração do tempo despendido e a identificação de quem executou o trabalho, sem necessidade de qualquer apropriação indireta ou rateio. Se houver qualquer tipo de alocação por meio de estimativas ou divisões proporcionais, desaparece a característica de "direta".

A Mão-de-obra Direta é normalmente um custo variável, pois só se caracteriza como Direta a que foi efetivamente utilizada na produção. Os tempos não trabalhados deixam normalmente de fazer parte da Mão-de-obra Direta, tornando-se Custo Indiretos para rateio aos produtos. Fazem parte da taxa de Mão-de-obra Direta todos os encargos sociais, férias, 13º salário, descanso remunerado, feriados, etc.; a taxa deve ser global, mesmo que alguns pequenos erros existam na previsão desses itens.

Mas é obrigatório que o mesmo tratamento seja dado pela Contabilidade Financeira para se evitar distorções.

Horas Extras, Adicionais e outros itens podem ou não ser incorporados como Mão-de-obra Direta, dependendo de cada situação; não se agregam os custos de transporte, alimentação, etc., normalmente fixos e não proporcionais aos salários pagos.

Inúmeros outros custos são arcados pela empresa como decorrência da mão-de-obra que utiliza: vestuário, alimentação (às vezes como subsídio ao custo do restaurante ou outras formas de concessão de cestas básicas ou vales-refeição), transporte, assistência médica espontânea e adicional aos custos legais ou compensados com os encargos sociais, educação, etc.

Estes são normalmente muito mais de natureza fixa do que variável e geralmente não guardam estreita relação com os valores de salários pagos a cada empregado; por isso, tratá-los como parte do custo da Mão-de-obra Direta não é o mais indicado. Devem ser debitados como parte integrante dos Custos Indiretos para o rateio geral aos produtos.

Deverá a empresa munir-se, é óbvio, de sistemas de controle de ponto, registro automático de início e término de ordens, etc., que lhe permitam saber quanto tempo cada empregado direto de produção trabalhou por dia e em quais produtos; conhecer os tempos que deverá remunerar, mas que não foram produtivos, pelo menos na forma de Mão-de-obra Direta. Terá que existir um cotejo entre as horas apontadas como produtivas e não produtivas interinamente na fábrica com as indicadas pelo relógio de ponto ou outro sistema que marque entrada e saída da empresa.

## 2.8 – Produção por Ordem e Produção Contínua

Tanto se fala e se escreve sobre custos para produção por ordem e para produção contínua que às vezes se acaba por acreditar que sejam duas formas de custear totalmente distintas. Na verdade, as diferenças entre uma forma e outra são pequenas.

Existem dois fatores que determinam o tipo de Custeio, se por Ordem ou por Processo (Contínuo): a forma de a empresa trabalhar e a conveniência contábil-administrativa. Quanto à forma, principal responsável pela distinção, basta lembrar que se a empresa trabalha produzindo produtos iguais de forma contínua (um ou vários),

fundamentalmente para estoque, isto é, para venda, terá já caracterizada sua natureza. Se produz atendendo a encomendas dos clientes ou, então, produz também para venda posterior, mas de acordo com determinações internas especiais, não de forma contínua, já se terá incluído entre as de Produção por Ordem.

São exemplos comuns da Produção Contínua: indústrias de cimento, química e petroquímica, de petróleo, de álcool, de açúcar, automobilística (parte delas), de produtos alimentícios, etc. Trabalham normalmente por Ordem as indústrias pesadas, fabricantes de equipamentos especiais, algumas indústrias de móveis, empresas de construção civil, confecção de moda por estação climática, etc.

Muito comumente, encontramos empresas que trabalham parte de uma forma, parte de outra; uma indústria de fechaduras, por exemplo, fabrica pelo menos parte dos componentes em série, de forma contínua, mas o setor de montagens produz por ordem, produzindo ora um tipo ora outro de fechaduras. Ou uma indústria automobilística pode produzir o carro de forma contínua até certo ponto e, a partir daí, por ordem, segundo especificações de acabamento, cor, acessórios, etc. Ainda, uma indústria de plásticos pode produzir as folhas desse material em série, mas, ao transformá-las em embalagens, fazê-las por ordem, fabricando cada modelo de uma vez.

Inúmeras vezes, por outro lado, procedem-se a algumas mudanças em função de conveniência. Por exemplo, uma empresa pode ter um encomenda que leve cinco meses de trabalho; em vez de custear como se fosse uma ordem, faz um custeio como se fosse uma produção contínua durante esse tempo. Talvez muitas das produções em série não passem de ordens de longa duração, como produção de certos eletrodomésticos, de alguns modelos de automóveis, etc. Pode também ocorrer da empresa trabalhar em série durante certo tempo com determinado produto, mas desejar custeá-lo como se fosse uma grande ordem para avaliar seu resultado global.

### **2.8.1 – Contabilização na Produção por Ordem**

Todos os exemplos e assuntos vistos até aqui são totalmente aplicáveis à Produção por Ordem: primeiro apropriam-se os custos diretos (materiais, mão-de-obra e outros, se existirem) diretamente à ordem, depois alocam-se os indiretos naquela seqüência de rateios, via Departamentos, até que recaiam sobre as encomendas ou ordens de produção.

A Contabilização pode ser feita de forma analítica, acompanhando todos os passos, ou pode ser sintética, transferindo os custos de suas contas por natureza diretamente às ordens, sem passar pelos Departamentos; essa fase de transição ficaria apenas nos papéis de trabalho devidamente arquivados, ou em arquivos eletrônicos.

## **2.9 – Considerações Finais**

Para a aplicação de Programação Linear em uma decisão gerencial são necessários definir quais os recursos e o quanto desses recursos são consumidos, em todas as atividades envolvidas, para a distribuição eficiente dos recursos limitados, para atender o objetivo de maximização de lucro.

Portanto, não é suficiente o conhecimento das “técnicas” de pesquisa operacional. Faz-se necessário o conhecimento dos custos incorridos no processo.

# Capítulo 3

## ESTUDO DE CASO

### 3.1 – Considerações Iniciais

Neste caso real será aplicado a Pesquisa Operacional como uma abordagem científica à análise de decisão gerencial, ou seja, a P. O. como orientação para planejamento de produção em função das vendas.

O objetivo do trabalho é maximizar o lucro de uma empresa, mediante uma carteira de pedidos, com os limites de faturamento e de produção, que serão postas em termos de restrições sobre as variáveis.

O modelo construído dará a melhor alternativa de atender aos pedidos em carteira, em dezembro, mantendo-se atendidas as limitações.

Uma parte importante da análise consistiu na identificação dos elementos do problema, ou melhor, no levantamento de custos dos diferentes equipamentos a serem produzidos, incluindo os custos variáveis de materiais e mão-de-obra direta.

### 3.2 – A empresa escolhida

A Datapool é uma empresa de pequeno porte, cujo enquadramento limita o faturamento anual a R\$1.200.000,00, dentro do qual usufruiu de incentivos fiscais concedidos a EPP, dentre eles o Simples e o Micro-Gerais.

A atividade principal da Datapool é a fabricação de equipamentos didáticos eletroeletrônicos.

A empresa produz sob encomenda vários produtos de forma não contínua, caracterizando-se como Produção por Ordem.

Mediante a confirmação do pedido pelo cliente é disparada uma Ordem de Produção. Esta OP é encaminhada ao Setor de Suprimentos que separa o lote de produção, utilizando-se dos materiais em estoque e, se necessário, providenciando a imediata aquisição dos materiais faltantes. Normalmente, a empresa mantém em estoque materiais para atender prováveis vendas.

O mesmo setor de suprimentos controla o estoque de matéria-prima, tanto em quantidade como em custos. Conseqüentemente, o setor procede calculando o custo direto total de materiais da referida Ordem de Produção. Para este cálculo, a empresa mantém registros de estoque pelo Critério de Preço Médio que são individualmente lançados na planilha de custo da Ordem de Produção. Uma tabela simples, onde descreve quais materiais, suas quantidades e preços atuais utilizados na fabricação do lote daquele produto.

A empresa também mantém registros de tempo gastos em produção e testes do lote. O setor de produção preenche uma planilha com o número efetivo de funcionários trabalhando no lote, o início (dia, hora) e o término (dia, hora) da Ordem de Produção. Ainda, existe um livro de ocorrências que se registram todas as irregularidades, tais como: deslocamento de funcionário, paradas de equipamentos, etc.

O mesmo controle é feito no setor de testes, responsável pelos ajustes, calibrações e expedição do equipamento ao cliente.

Portanto, simplificadamente, o processo produtivo da empresa é:



Figura 3.1 – Processo Produtivo

Os preços de venda são variáveis de acordo com o cliente, comissões e condições de fornecimento. Devido aos contratos com clientes, normalmente com instituições governamentais, a entrega do pedido deve ser integral ou seja, atender todos os modelos e suas respectivas quantidades constantes do pedido.

### 3.3 – Formulação do Problema

A DATAPOOL é uma empresa de pequeno porte, cujo enquadramento limita o faturamento anual a R\$1.200.000,00.

Considerando o faturamento dos meses de janeiro a novembro, o saldo para dezembro era de no máximo R\$118.717,53, para que a empresa continuasse a usufruir dos incentivos de uma EPP.

O objetivo é equacionar o máximo lucro, sem ultrapassar o limite, selecionando o cliente, o produto e a quantidade que deveria ser faturada.

### 3.4 – Coleta de Dados

A formulação anterior leva a uma identificação dos elementos do problema, que incluem as variáveis controláveis ou de decisão, as restrições sobre estas variáveis e os objetivos para definir uma solução ótima.

Neste caso especial a coleta de dados abrangeu:

- A carteira de pedidos;
- Os custos de fabricação;
- A disponibilidade de matéria-prima;
- A limitação de tempo de montagem e testes.

#### 3.4.1 – Pedidos em Carteira

A Tabela 3.1 relaciona os 15 (quinze) pedidos à faturar, detalhando o cliente, o(s) modelo(s), a quantidade e o preço de venda contratado com o respectivo cliente.

Nas duas últimas colunas apresenta a forma de pagamento e a comissão devida para cada venda.

#### 3.4.2 – Custos de Fabricação

Foram calculados os custos de matéria-prima e mão-de-obra direta para cada modelo de produto.

Os custos de matérias-primas referem-se aos custos dos componentes adquiridos prontos e utilizados na montagem do equipamento. A base destes valores são as próprias Ordens de Produção, que gera um sistema de custo com base nos preços de frete, seguros e outros para trazer o material até a fábrica, pelo critério do Preço Médio.

Cliente	Produto	Quantidade	Preço de Venda Unitário (P <sub>i</sub> )	Forma de Pagamento	Comissão devida
A	1	02	3.104,00	3 vezes	0%
A	2	01	12.471,00	3 vezes	0%
B	3	01	14.500,00	À vista	25%
C	4	05	1.042,00	À vista	0%
C	5	01	2.228,00	À vista	0%
C	6	01	980,00	À vista	0%
C	7	01	430,00	À vista	0%
C	8	01	705,00	À vista	0%
C	9	01	615,00	À vista	0%
C	10	05	630,00	À vista	0%
D	05	08	2.183,44	À vista	10%
D	12	04	637,00	À vista	10%
D	13	04	151,90	À vista	10%
D	10	04	617,40	À vista	10%
D	14	04	1.399,44	À vista	10%
D	15	04	2.557,80	À vista	10%
D	16	04	450,80	À vista	10%
D	17	04	485,30	À vista	10%
D	07	04	421,40	À vista	10%
E	18	03	1.420,00	30 ddl	16%
F	14	02	1.298,00	30 ddl	0%
G	14	10	1.360,00	30 ddl	10%
H	05	02	2.228,00	30 ddl	0%
I	11	01	1.428,00	30 ddl	0%
I	09	05	615,00	30 ddl	0%
J	11	08	1.180,00	30 ddl	0%
J	04	01	990,00	30 ddl	0%
J	10	01	630,00	30 ddl	0%
K	14	04	1.375,00	15 ddl	0%
L	19	16	3.080,00	30 ddl	20%
M	14	03	1.495,00	15 ddl	20%
N	14	04	1.428,00	3 vezes	0%
O	05	06	2.339,40	30 ddl	0%
O	16	06	480,60	30 ddl	0%
O	20	01	2.980,00	30 ddl	0%

Tabela 3.1 – Carteira de Pedidos

Para o cálculo da mão-de-obra diretas utilizou-se o tempo registrado histórico para cada produto. Na realidade, um tempo médio quando a tarefa for executada por um único funcionário.

Para se obter o custo em reais da mão-de-obra direta utilizou-se o valor hora médio dos salários dos dois setores, acrescidos dos encargos legais: férias, 13º salário, descanso remunerado, feriados, etc. Sendo:

- ? Montagem: R\$ 4,70 a hora
- ? Testes e ajustes: R\$ 6,50 a hora

Os dados destes custos diretos estão apresentados na Tabela 3.2.

### 3.4.3 – Disponibilidade de Matéria-Prima

O setor de suprimentos mantém em estoque regularmente, através de simulações, materiais para a fabricação de prováveis pedidos em carteira. Na ocasião, a empresa dispunha em estoque os materiais para Ordem de Produção de determinadas quantidades destes produtos (Tabela 3.3).

<b>Produto</b>	<b>Estoque de Matéria-Prima</b>
1	02
2	05
3	Não limitado
4	06
5	30
6	25
7	09
8	04
9	06
10	10
11	23
12	20
13	10
14	24
15	04
16	22
17	22
18	05
19	18
20	02

Tabela 3.3 – Estoque de Matéria-Prima

Nota: O produto 3 corresponde a um serviço de manutenção e, portanto, não requer estoque de componentes.

<b>Produto</b>	<b>Matéria-prima em R\$</b>	<b>Mão-de-obra Montagem em horas (M)</b>	<b>Mão-de-obra Teste e Ajuste em horas (T)</b>	<b>Custo total em reais</b>
1	420,20	27:00	13:30	634,85
2	3.425,63	118:00	34:30	4.157,48
3	-	-	-	2.000,00
4	300,20	9:30	4:30	374,10
5	582,60	17:00	2:00	675,50
6	291,00	10:30	3:00	359,85
7	124,70	6:00	2:00	165,90
8	225,30	10:00	1:50	284,20
9	107,60	1:00	2:00	125,30
10	250,60	5:30	1:00	282,95
12	203,00	9:30	3:30	270,40
13	53,90	1:00	1:00	65,10
16	105,10	6:00	2:00	146,30
17	130,10	11:00	3:00	201,30
14	297,50	12:00	2:00	366,90
18	302,40	15:00	4:30	402,15
11	331,40	12:00	4:30	417,05
19	967,30	24:00	10:00	1.145,10
20	1.007,70	26:00	11:00	1.023,60
15	284,60	17:00	4:30	393,75

Tabela 3.2 – Custos Diretos de Fabricação

### 3.5 – Construção do Modelo Matemático

O modelo matemático deve especificar as expressões matemáticas quantitativas para o objetivo, neste caso o lucro, e as restrições do problema, neste caso as limitações.

#### 3.5.1 – Definição das Variáveis de Decisão

A decisão deste problema é a determinação da quantidade de cada produto a ser entregue ou faturado a cada um dos quinze clientes com pedidos em carteira, de forma a alcançar o objetivo de maximização do lucro. Portanto, as variáveis de decisão podem ser representadas matematicamente por:

$X_1$	: Quantidade do Produto	1	a ser faturada para o cliente	A
$X_2$	: Quantidade do Produto	2	a ser faturada para o cliente	A
$X_3$	: Quantidade do Produto	3	a ser faturada para o cliente	B
$X_4$	: Quantidade do Produto	4	a ser faturada para o cliente	C
$X_5$	: Quantidade do Produto	5	a ser faturada para o cliente	C
$X_6$	: Quantidade do Produto	6	a ser faturada para o cliente	C
$X_7$	: Quantidade do Produto	7	a ser faturada para o cliente	C
$X_8$	: Quantidade do Produto	8	a ser faturada para o cliente	C
$X_9$	: Quantidade do Produto	9	a ser faturada para o cliente	C
$X_{10}$	: Quantidade do Produto	10	a ser faturada para o cliente	C
$X_{11}$	: Quantidade do Produto	05	a ser faturada para o cliente	D
$X_{12}$	: Quantidade do Produto	12	a ser faturada para o cliente	D
$X_{13}$	: Quantidade do Produto	13	a ser faturada para o cliente	D
$X_{14}$	: Quantidade do Produto	10	a ser faturada para o cliente	D
$X_{15}$	: Quantidade do Produto	14	a ser faturada para o cliente	D
$X_{16}$	: Quantidade do Produto	15	a ser faturada para o cliente	D
$X_{17}$	: Quantidade do Produto	16	a ser faturada para o cliente	D
$X_{18}$	: Quantidade do Produto	17	a ser faturada para o cliente	D
$X_{19}$	: Quantidade do Produto	07	a ser faturada para o cliente	D
$X_{20}$	: Quantidade do Produto	18	a ser faturada para o cliente	E
$X_{21}$	: Quantidade do Produto	14	a ser faturada para o cliente	F
$X_{22}$	: Quantidade do Produto	14	a ser faturada para o cliente	G
$X_{23}$	: Quantidade do Produto	05	a ser faturada para o cliente	H
$X_{24}$	: Quantidade do Produto	11	a ser faturada para o cliente	I
$X_{25}$	: Quantidade do Produto	09	a ser faturada para o cliente	I
$X_{26}$	: Quantidade do Produto	11	a ser faturada para o cliente	J
$X_{27}$	: Quantidade do Produto	04	a ser faturada para o cliente	J
$X_{28}$	: Quantidade do Produto	10	a ser faturada para o cliente	J
$X_{29}$	: Quantidade do Produto	14	a ser faturada para o cliente	K
$X_{30}$	: Quantidade do Produto	15	a ser faturada para o cliente	L

- X<sub>31</sub> : Quantidade do Produto 14 a ser faturada para o cliente M
- X<sub>32</sub> : Quantidade do Produto 14 a ser faturada para o cliente N
- X<sub>33</sub> : Quantidade do Produto 05 a ser faturada para o cliente O
- X<sub>34</sub> : Quantidade do Produto 16 a ser faturada para o cliente O
- X<sub>35</sub> : Quantidade do Produto 20 a ser faturada para o cliente O

### 3.5.2 – Função Objetivo

O objetivo é maximizar o lucro, ou seja, a quantidade do produto a ser faturada para o cliente m , mediante o lucro resultante destes fornecimentos.

Matematicamente, a equação 3.1 representa a função objetivo.

$\text{Max } Z = L_1 \cdot X_1 + L_2 \cdot X_2 + L_3 \cdot X_3 + \dots + L_{35} \cdot X_{35}$	(3.1)
---	-------

Detalhamento:

Na expressão acima L<sub>i</sub> representa o lucro obtido na venda de um determinado produto a um cliente específico. O lucro obtido com a venda de um mesmo produto difere-se de cliente para cliente, já que o preço de venda não é sempre o mesmo.

Ainda, as formas de pagamento variam de acordo com a negociação com o cliente. Os fornecimentos que foram contratados a prazo e/ou parcelados, no cálculo do lucro (L<sub>i</sub>) foram considerados os valores presentes líquidos (VP<sub>L</sub>) para a data de 1º de dezembro, considerando uma taxa de desconto de 18% a.a.

A tabela 3.4 mostra os valores obtidos.

Substituindo os valores dos lucros líquidos (L<sub>i</sub>) da Tabela 3.4 na equação 3.1:

$$\begin{aligned} \text{Max } Z = & 2.343,43 \cdot X_1 + 7.808,37 \cdot X_2 + 8.674,11 \cdot X_3 + 653,46 \cdot X_4 + 1.491,83 \cdot X_5 + \\ & 606,57 \cdot X_6 + 258,14 \cdot X_7 + 411,04 \cdot X_8 + 481,18 \cdot X_9 + 338,32 \cdot X_{10} + 1.259,35 \cdot X_{11} + \\ & 294,07 \cdot X_{12} + 69,51 \cdot X_{13} + 264,16 \cdot X_{14} + 999,16 \cdot X_{15} + 2.103,03 \cdot X_{16} + 253,17 \cdot \\ & X_{17} + 228,75 \cdot X_{18} + 207,52 \cdot X_{19} + 751,98 \cdot X_{20} + 895,75 \cdot X_{21} + 819,47 \cdot X_{22} + \\ & 1.491,83 \cdot X_{23} + 972,06 \cdot X_{24} + 472,95 \cdot X_{25} + 730,82 \cdot X_{26} + 588,94 \cdot X_{27} + 329,89 \cdot X_{28} \\ & + 989,05 \cdot X_{29} + 1.235,03 \cdot X_{30} + 808,39 \cdot X_{31} + 1.003,26 \cdot X_{32} + 1.600,20 \cdot X_{33} + \\ & 321,21 \cdot X_{34} + 730,15 \cdot X_{35} \end{aligned} \tag{3.2}$$

<b>Venda</b>	<b>Preço de Venda</b>	<b>VPL</b>	<b>Custo do Produto</b>	<b>Comissão</b>	<b>Lucro (L<sub>i</sub>)</b>
1	3.104,00	2.978,28	634,85	0,00	2.343,43
2	12.471,00	11.965,85	4.157,48	0,00	7.808,37
3	14.500,00	14.299,11	2.000,00	3.625,00	8.674,11
4	1.042,00	1.027,56	374,10	0,00	653,46
5	2.228,00	2.167,33	675,50	0,00	1.491,83
6	980,00	966,42	359,85	0,00	606,57
7	430,00	424,04	165,90	0,00	258,14
8	705,00	695,23	284,20	0,00	411,04
9	615,00	606,48	125,30	0,00	481,18
10	630,00	621,27	282,95	0,00	338,32
11	2.183,44	2.153,19	675,50	218,34	1.259,35
12	637,00	628,17	270,40	63,70	294,07
13	151,90	149,80	65,10	15,19	69,51
14	617,40	608,85	282,95	61,74	264,16
15	1.399,44	1.380,05	366,90	13,99	999,16
16	2.557,80	2.522,36	393,75	25,58	2.103,03
17	450,80	444,55	146,30	45,08	253,17
18	485,30	478,58	201,30	48,53	228,75
19	421,40	415,56	165,90	42,14	207,52
20	1.420,00	1.381,33	402,15	227,20	751,98
21	1.298,00	1.262,65	366,90	0,00	895,75
22	1.360,00	1.322,97	366,90	136,60	819,47
23	2.228,00	2.167,33	675,50	0,00	1.491,83
24	1.428,00	1.389,11	417,05	0,00	972,06
25	615,00	598,26	125,30	0,00	472,95
26	1.180,00	1.147,87	417,05	0,00	730,82
27	990,00	963,04	374,10	0,00	588,94
28	630,00	612,84	282,95	0,00	329,89
29	1.375,00	1.355,95	366,70	0,00	989,05
30	3.080,00	2.996,13	1.145,10	616,00	1.235,03
31	1.495,00	1.474,29	366,90	299,00	808,39
32	1.428,00	1.370,16	366,90	0,00	1.003,26
33	2.339,40	2.275,70	675,50	0,00	1.600,20
34	480,60	467,51	146,30	0,00	321,21
35	2.980,00	2.898,85	1.023,60	0,00	730,15

Tabela 3.4 – Lucro Líquido

### 3.5.3 – Restrições

As restrições devem expressar matematicamente as limitações de recursos, relacionando-os ao consumo de cada produto.

Neste caso, considera-se as limitações de faturamento, demanda, tempo de montagem, tempo de teste e limitações de matéria-prima.

#### 3.5.3.1 – Restrição de Faturamento

Como o faturamento da empresa deve ficar no valor máximo de R\$ 118.717,53, para que a empresa não ultrapasse o limite anual de R\$ 1.200.000,00, deve-se considerar a restrição de faturamento.

O faturamento geral do mês será a soma dos valores de cada fornecimento, ou seja, a soma dos produtos da quantidade pelo preço individual de cada modelo.

Matematicamente a equação 3.3 expressa esta restrição.

$P_1 \cdot X_1 + P_2 \cdot X_2 + P_3 \cdot X_3 + \dots + P_{35} \cdot X_{35} \leq 118.717,53$	(3.3)
---	-------

onde P é o preço de venda de um determinado produto a um cliente específico, conforme Tabela 3.4.

Substituindo os valores de  $P_i$  da Tabela 3.4, temos:

$$\begin{aligned}
 &3.104,00 \cdot X_1 + 12.471,00 \cdot X_2 + 14.500,00 \cdot X_3 + 1.042,00 \cdot X_4 + 2.228,00 \cdot X_5 + \\
 &980,00 \cdot X_6 + 430,00 \cdot X_7 + 705,00 \cdot X_8 + 615,00 \cdot X_9 + 630,00 \cdot X_{10} + 2.183,44 \cdot \\
 &X_{11} + 637,00 \cdot X_{12} + 151,90 \cdot X_{13} + 617,40 \cdot X_{14} + 1.399,44 \cdot X_{15} + 2.557,80 \cdot X_{16} + \\
 &450,80 \cdot X_{17} + 485,30 \cdot X_{18} + 421,40 \cdot X_{19} + 1.420,00 \cdot X_{20} + 1.298,00 \cdot X_{21} + \\
 &1.360,00 \cdot X_{22} + 2.228,00 \cdot X_{23} + 1.428,00 \cdot X_{24} + 615,00 \cdot X_{25} + 1.180,00 \cdot X_{26} + \\
 &990,00 \cdot X_{27} + 630,00 \cdot X_{28} + 1.375,00 \cdot X_{29} + 3.080,00 \cdot X_{30} + 1.495,00 \cdot X_{31} + \\
 &1.428,00 \cdot X_{32} + 2.339,40 \cdot X_{33} + 480,60 \cdot X_{34} + 2.980,00 \cdot X_{35} \leq 118.717,53 \quad (3.4)
 \end{aligned}$$

### 3.5.3.2 – Restrições de Demanda

Como a empresa trabalha na forma de produção por ordem, fabricando apenas para atender aos pedidos em carteira, a demanda é também uma restrição.

Portanto, deve-se produzir apenas a quantidade de cada produto que atenda ao cliente.

Com base na Tabela 3.1, matematicamente pode-se expressar:

$X_1 \leq 2$	(3.5)
$X_2 \leq 1$	(3.6)
$X_3 \leq 1$	(3.7)
$X_4 \leq 5$	(3.8)
$X_5 \leq 1$	(3.9)
$X_6 \leq 1$	(3.10)
$X_7 \leq 1$	(3.11)
$X_8 \leq 1$	(3.12)
$X_9 \leq 1$	(3.13)
$X_{10} \leq 5$	(3.14)
$X_{11} \leq 8$	(3.15)
$X_{12} \leq 4$	(3.16)
$X_{13} \leq 4$	(3.17)
$X_{14} \leq 4$	(3.18)
$X_{15} \leq 4$	(3.19)
$X_{16} \leq 4$	(3.20)
$X_{17} \leq 4$	(3.21)
$X_{18} \leq 4$	(3.22)
$X_{19} \leq 4$	(3.23)
$X_{20} \leq 3$	(3.24)
$X_{21} \leq 2$	(3.25)
$X_{22} \leq 10$	(3.26)
$X_{23} \leq 2$	(3.27)

$X_{24} \leq 1$	(3.28)
$X_{25} \leq 5$	(3.29)
$X_{26} \leq 8$	(3.30)
$X_{27} \leq 1$	(3.31)
$X_{28} \leq 1$	(3.32)
$X_{29} \leq 4$	(3.33)
$X_{30} \leq 16$	(3.34)
$X_{31} \leq 3$	(3.35)
$X_{32} \leq 4$	(3.36)
$X_{33} \leq 6$	(3.37)
$X_{34} \leq 6$	(3.38)
$X_{35} \leq 1$	(3.39)

### 3.5.3.3 – Restrições de Tempo

O tempo de produção e teste de cada produto é outro limitador no processo.

Para atender a fabricação e teste dos equipamentos a fim de faturá-los ao cliente, deve-se considerar o tempo total disponível no mês de dezembro.

Na Tabela 3.2 tem-se o tempo de montagem e de teste de cada produto.

O tempo total a ser gasto é dado pela somatória das multiplicações da quantidade pelo tempo gasto, em cada etapa do processo, para atender aos pedidos.

As equações 3.40 e 3.41 representam as restrições de tempo de montagem e teste, respectivamente.

$M_1 \cdot X_1 + M_2 \cdot X_2 + M_3 \cdot X_3 + \dots + M_{35} \cdot X_{35} \leq 968$	(3.40)
$T_1 \cdot X_1 + T_2 \cdot X_2 + T_3 \cdot X_3 + \dots + T_{35} \cdot X_{35} \leq 387$	(3.41)

Nas expressões acima, o tempo total disponível foi calculado considerando-se período normal de 08 (oito) horas, 02 (dois) funcionários no setor de testes e 05 (cinco) funcionários no setor de produção.

Substituindo os valores de  $M_i$  e  $T_i$  (Tabela 3.2) tem-se:

$$27 \cdot X_1 + 118 \cdot X_2 + 9,5 \cdot (X_4 + X_{27}) + 17 \cdot (X_5 + X_{11} + X_{23} + X_{33}) + 10,5 \cdot X_6 + 6 \cdot (X_7 + X_{19}) + 10 \cdot X_8 + 1 \cdot (X_9 + X_{25}) + 5,5 \cdot (X_{10} + X_{14} + X_{28}) + 12 \cdot (X_{24} + X_{26}) + 9,5 \cdot X_{12} + 1 \cdot X_{13} + 12 \cdot (X_{15} + X_{21} + X_{22} + X_{29} + X_{31} + X_{32}) + 17 \cdot X_{16} + 6 \cdot (X_{17} + X_{34}) + 11 \cdot X_{18} + 15 \cdot X_{20} + 24 \cdot X_{30} + 26 \cdot X_{35} \leq 968 \quad (3.42)$$

$$13,5 \cdot X_1 + 34,5 \cdot X_2 + 4,5 \cdot (X_4 + X_{27}) + 2,0 \cdot (X_5 + X_{11} + X_{23} + X_{33}) + 3 \cdot X_6 + 2 \cdot (X_7 + X_{19}) + 1,83 \cdot X_8 + 2 \cdot (X_9 + X_{25}) + 1 \cdot (X_{10} + X_{14} + X_{28}) + 4,5 \cdot (X_{24} + X_{26}) + 3,5 \cdot X_{12} + 1 \cdot X_{13} + 2 \cdot (X_{15} + X_{21} + X_{22} + X_{29} + X_{31} + X_{32}) + 4,5 \cdot X_{16} + 2 \cdot (X_{17} + X_{34}) + 3 \cdot X_{18} + 4,5 \cdot X_{20} + 10 \cdot X_{30} + 11 \cdot X_{35} \leq 387 \quad (3.43)$$

### 3.5.3.4 – Restrições de Matéria-Prima

Como a empresa dispõe de componentes e demais materiais em um determinado nível de estoque, a matéria-prima é também um recurso limitado.

Na Tabela 3.3 tem-se o estoque disponível para as ordens de produção.

Portanto, a quantidade total de cada modelo a ser fabricado não pode ultrapassar a quantidade em estoque.

As equações a seguir expressam a quantidade total de cada modelo, considerando os pedidos em carteira, e a quantidade máxima permitida pelo estoque.

$X_1 \leq 2$	(3.44)
$X_2 \leq 5$	(3.45)
$X_4 + X_{27} \leq 6$	(3.46)
$X_5 + X_{11} + X_{23} + X_{33} \leq 30$	(3.47)
$X_6 \leq 25$	(3.48)
$X_7 + X_{19} \leq 9$	(3.49)
$X_8 \leq 4$	(3.50)
$X_9 + X_{25} \leq 6$	(3.51)

$X_{10} + X_{14} + X_{28} \leq 10$	(3.52)
$X_{24} + X_{26} \leq 23$	(3.53)
$X_{12} \leq 20$	(3.54)
$X_{13} \leq 10$	(3.55)
$X_{15} + X_{21} + X_{22} + X_{29} + X_{31} + X_{32} \leq 24$	(3.56)
$X_{16} \leq 4$	(3.57)
$X_{17} + X_{34} \leq 22$	(3.58)
$X_{18} \leq 22$	(3.59)
$X_{20} \leq 5$	(3.60)
$X_{30} \leq 18$	(3.61)
$X_{35} \leq 2$	(3.62)

### 3.5.3.5 – Restrições Adicionais

Como as variáveis de decisão referem-se as quantidades a serem faturadas, nenhuma variável pode assumir valor negativo, ou seja:

$$x_i \leq 0 \quad (i = 1, 2, \dots, 35) \quad (3.63 \text{ a } 3.97)$$

### 3.5.3.6 – Modelo Matemático

O Modelo Matemático fica resumido as seguintes equações:

$$\begin{aligned} \text{Max } Z = & 2.343,43 \cdot X_1 + 7.808,37 \cdot X_2 + 8.674,11 \cdot X_3 + 653,46 \cdot X_4 + 1.491,83 \cdot X_5 + \\ & 606,57 \cdot X_6 + 258,14 \cdot X_7 + 411,04 \cdot X_8 + 481,18 \cdot X_9 + 338,32 \cdot X_{10} + 1.259,35 \cdot \\ & X_{11} + 294,07 \cdot X_{12} + 69,51 \cdot X_{13} + 264,16 \cdot X_{14} + 999,16 \cdot X_{15} + 2.103,03 \cdot X_{16} + \\ & 253,17 \cdot X_{17} + 228,75 \cdot X_{18} + 207,52 \cdot X_{19} + 751,98 \cdot X_{20} + 895,75 \cdot X_{21} + 819,47 \cdot X_{22} \\ & + 1.491,83 \cdot X_{23} + 972,06 \cdot X_{24} + 472,95 \cdot X_{25} + 730,82 \cdot X_{26} + 588,94 \cdot X_{27} + 329,89 \cdot \\ & X_{28} + 989,05 \cdot X_{29} + 1.235,03 \cdot X_{30} + 808,39 \cdot X_{31} + 1.003,26 \cdot X_{32} + 1.600,20 \cdot X_{33} + \\ & 321,21 \cdot X_{34} + 730,15 \cdot X_{35} \end{aligned} \quad (3.98)$$

Sujeito a:

$$\begin{aligned}
 &3.104,00 \cdot X_1 + 12.471,00 \cdot X_2 + 14.500,00 \cdot X_3 + 1.042,00 \cdot X_4 + 2.228,00 \cdot X_5 + \\
 &980,00 \cdot X_6 + 430,00 \cdot X_7 + 705,00 \cdot X_8 + 615,00 \cdot X_9 + 630,00 \cdot X_{10} + 2.183,44 \cdot \\
 &X_{11} + 637,00 \cdot X_{12} + 151,90 \cdot X_{13} + 617,40 \cdot X_{14} + 1.399,44 \cdot X_{15} + 2.557,80 \cdot X_{16} + \\
 &450,80 \cdot X_{17} + 485,30 \cdot X_{18} + 421,40 \cdot X_{19} + 1.420,00 \cdot X_{20} + 1.298,00 \cdot X_{21} + \\
 &1.360,00 \cdot X_{22} + 2.228,00 \cdot X_{23} + 1.428,00 \cdot X_{24} + 615,00 \cdot X_{25} + 1.180,00 \cdot X_{26} + \\
 &990,00 \cdot X_{27} + 630,00 \cdot X_{28} + 1.375,00 \cdot X_{29} + 3.080,00 \cdot X_{30} + 1.495,00 \cdot X_{31} + \\
 &1.428,00 \cdot X_{32} + 2.339,40 \cdot X_{33} + 480,60 \cdot X_{34} + 2.980,00 \cdot X_{35} \leq 118.717,53 \quad (3.99)
 \end{aligned}$$

$X_1 \leq 2$	(3.100)
$X_2 \leq 1$	(3.101)
$X_3 \leq 1$	(3.102)
$X_4 \leq 5$	(3.103)
$X_5 \leq 1$	(3.104)
$X_6 \leq 1$	(3.105)
$X_7 \leq 1$	(3.106)
$X_8 \leq 1$	(3.107)
$X_9 \leq 1$	(3.108)
$X_{10} \leq 5$	(3.109)
$X_{11} \leq 8$	(3.110)
$X_{12} \leq 4$	(3.111)
$X_{13} \leq 4$	(3.112)
$X_{14} \leq 4$	(3.113)
$X_{15} \leq 4$	(3.114)
$X_{16} \leq 4$	(3.115)
$X_{17} \leq 4$	(3.116)
$X_{18} \leq 4$	(3.117)

$X_{19} \leq 4$	(3.118)
$X_{20} \leq 3$	(3.119)
$X_{21} \leq 2$	(3.120)
$X_{22} \leq 10$	(3.121)
$X_{23} \leq 2$	(3.123)
$X_{24} \leq 1$	(3.124)
$X_{25} \leq 5$	(3.125)
$X_{26} \leq 8$	(3.126)
$X_{27} \leq 1$	(3.127)
$X_{28} \leq 1$	(3.128)
$X_{29} \leq 4$	(3.129)
$X_{30} \leq 16$	(3.130)
$X_{31} \leq 3$	(3.131)
$X_{32} \leq 4$	(3.132)
$X_{33} \leq 6$	(3.133)
$X_{34} \leq 6$	(3.134)
$X_{35} \leq 1$	(3.135)

$$27 \cdot X_1 + 118 \cdot X_2 + 9,5 \cdot (X_4 + X_{27}) + 17 \cdot (X_5 + X_{11} + X_{23} + X_{33}) + 10,5 \cdot X_6 + 6 \cdot (X_7 + X_{19}) + 10 \cdot X_8 + 1 \cdot (X_9 + X_{25}) + 5,5 \cdot (X_{10} + X_{14} + X_{28}) + 12 \cdot (X_{24} + X_{26}) + 9,5 \cdot X_{12} + 1 \cdot X_{13} + 12 \cdot (X_{15} + X_{21} + X_{22} + X_{29} + X_{31} + X_{32}) + 17 \cdot X_{16} + 6 \cdot (X_{17} + X_{34}) + 11 \cdot X_{18} + 15 \cdot X_{20} + 24 \cdot X_{30} + 26 \cdot X_{35} \leq 968 \quad (3.136)$$

$$13,5 \cdot X_1 + 34,5 \cdot X_2 + 4,5 \cdot (X_4 + X_{27}) + 2,0 \cdot (X_5 + X_{11} + X_{23} + X_{33}) + 3 \cdot X_6 + 2 \cdot (X_7 + X_{19}) + 1,83 \cdot X_8 + 2 \cdot (X_9 + X_{25}) + 1 \cdot (X_{10} + X_{14} + X_{28}) + 4,5 \cdot (X_{24} + X_{26}) + 3,5 \cdot X_{12} + 1 \cdot X_{13} + 2 \cdot (X_{15} + X_{21} + X_{22} + X_{29} + X_{31} + X_{32}) + 4,5 \cdot X_{16} + 2 \cdot (X_{17} + X_{34}) + 3 \cdot X_{18} + 4,5 \cdot X_{20} + 10 \cdot X_{30} + 11 \cdot X_{35} \leq 387 \quad (3.137)$$

$X_1 \leq 2$	(3.138)
$X_2 \leq 5$	(3.139)

$X_4 + X_{27} \leq 6$	(3.140)
$X_5 + X_{11} + X_{23} + X_{33} \leq 30$	(3.141)
$X_6 \leq 25$	(3.142)
$X_7 + X_{19} \leq 9$	(3.143)
$X_8 \leq 4$	(3.144)
$X_9 + X_{25} \leq 6$	(3.145)
$X_{10} + X_{14} + X_{28} \leq 10$	(3.146)
$X_{24} + X_{26} \leq 23$	(3.147)
$X_{12} \leq 20$	(3.148)
$X_{13} \leq 10$	(3.149)
$X_{15} + X_{21} + X_{22} + X_{29} + X_{31} + X_{32} \leq 24$	(3.150)
$X_{16} \leq 4$	(3.151)
$X_{17} + X_{34} \leq 22$	(3.152)
$X_{18} \leq 22$	(3.153)
$X_{20} \leq 5$	(3.154)
$X_{30} \leq 18$	(3.155)
$X_{35} \leq 2$	(3.156)
$x_i \leq 0 \quad (i = 1, 2, \dots, 35)$	(3.157)

### 3.6 – Solução Ótima

Para a solução, utilizou-se o Solver do Excel, obtendo o relatório de resultados:

$$Z = \text{R\$ } 79.736,76$$

$$X_1 = 2$$

$$X_2 = 1$$

$$X_3 = 1$$

$$X_4 = 5$$

$$X_5 = 1$$

$$X_6 = 1$$

$$X_7 = 1$$

$$X_9 = 1$$

$$X_{15} = 4$$

$$X_{16} = 4$$

$$X_{21} = 2$$

$$X_{22} = 9$$

$$X_{23} = 2$$

$$X_{24} = 1$$

$$X_{25} = 5$$

$$X_{26} = 7$$

$$X_{29} = 4$$

$$X_{32} = 4$$

$$X_{33} = 6$$

$$X_{34} = 6$$

$$X_8 = X_{10} = X_{11} = X_{12} = X_{13} = X_{14} = X_{17} = X_{18} = X_{19} = X_{20} = X_{27} = X_{28} = X_{30} = X_{31} =$$

$$X_{35} = \emptyset$$

### 3.7 – Análises

O limite do faturamento era de R\$118.717,53. Com a solução ótima encontrada para programação inteira obtive-se o faturamento no valor de R\$118.657,96.

Para a maximização do lucro em dezembro o tempo de teste total é de 231 horas. Como o tempo disponível para teste é de 387 horas/mês, existe uma folga de 156 horas de teste.

Também, para a maximização do lucro, o recurso tempo de montagem a ser utilizado é de 871 horas, sendo que o disponível é de 968 horas. Portanto, uma folga de 97 horas de montagem.

A programação linear inteira concluiu que as entregas que seriam "aparentemente" as mais vantajosas não deveriam ser faturadas.

### 3.8 – Comparativo de Resultados

A decisão intuitiva da Datapool era que fossem efetuadas as entras totais aos clientes A a H, ou seja:

$$X_1 = 2$$

$$X_2 = 1$$

$$X_3 = 1$$

$$X_4 = 5$$

$$X_5 = 1$$

$$X_6 = 1$$

$$X_7 = 1$$

$$X_8 = 1$$

$$X_9 = 1$$

$$X_{10} = 5$$

$$X_{11} = 8$$

$$X_{12} = X_{13} = X_{14} = X_{15} = X_{16} = X_{17} = X_{18} = X_{19} = 4$$

$$X_{20} = 3$$

$$X_{21} = 2$$

$$X_{22} = 10$$

$$X_{23} = 2$$

Conseqüentemente, o lucro obtido seria de R\$ 72.308,10 e o faturamento em dezembro ficaria em R\$ 115.760,68.

Conclui-se que, através da programação linear, pode-se atingir um lucro superior ao obtido em R\$ 7.428,66, aumentando o faturamento em apenas R\$ 2.897,28.

Fica evidente que a solução proposta pela Programação Linear melhor satisfaz o objetivo de lucro da empresa.

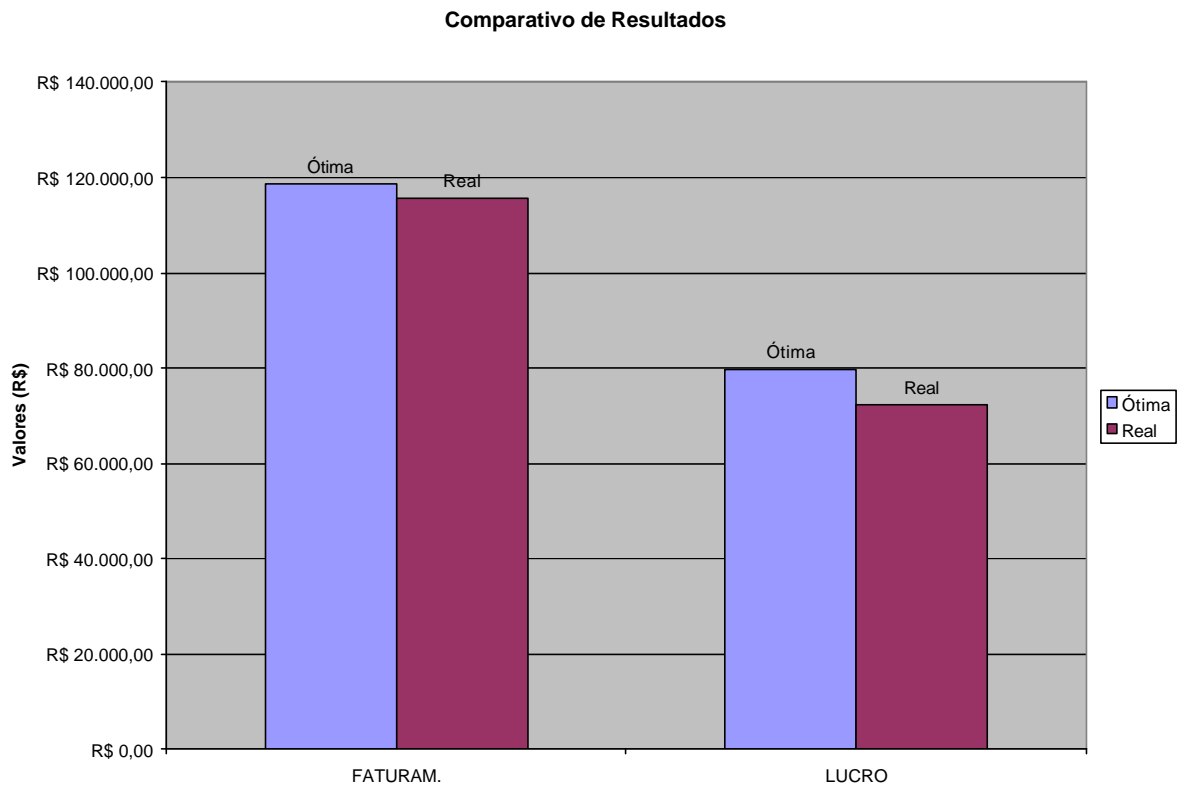


Figura 3.2 – Comparativo de Resultados

### 3.9 – Considerações Finais

Esta aplicação de programação linear evidencia os conceitos teóricos e reforça a pesquisa operacional como técnica a serviço da gerência para atitudes de racionalidade em decisão.

# Capítulo 4

## CONCLUSÃO E RECOMENDAÇÕES

### 4.1 – Considerações Iniciais

Este trabalho abordou a Pesquisa Operacional na análise de decisão gerencial, construindo um modelo matemático, para a otimização do lucro em uma empresa de pequeno porte, considerando restrições de estoque de matéria-prima, de demanda em função da forma da programação da produção por ordem, de mão-de-obra e de faturamento em função da legislação vigente.

### 4.2 – Conclusão

A aplicação da Pesquisa Operacional em decisões relativamente simples não é uma tarefa tão complexa como pode parecer.

Os procedimentos apresentados permitiram determinar racionalmente uma solução mais lucrativa em uma decisão importante.

A programação linear proporcionou uma solução para a melhor utilização dos recursos, dentro de suas limitações, de forma a obter o maior lucro à empresa.

No caso da empresa escolhida, o modelo deverá ser utilizado anualmente, alterando-se apenas as restrições em função da carteira de pedidos e do faturamento ocorrido no correspondente ano, desde que o mercado permita que as vendas fiquem acima dos limites permitidos por lei.

Como o modelo fornece a solução mais adequada e lucrativa, antecipadamente, a empresa poderá fazer uma programação da produção, otimizando os recursos cruciais como estoque e mão-de-obra direta.

### **4.3 – Recomendações para Trabalhos Futuros**

Na construção do modelo matemático foram feitas algumas simplificações, especialmente na etapa de cálculo dos custos dos produtos. Neste trabalho, a atenção especial foi dada a formulação do problema de tomada de decisão, não enfatizando corretamente os custos de produção, tendo considerado apenas custos diretos dos produtos.

Em futuros trabalhos, pode-se incluir os custos indiretos de produção e critérios de rateio.

### **4.4 – Considerações Finais**

O modelo desenvolvido pode ser visto como uma ferramenta possível de ser aplicada a pequenas empresas, com simplicidade e funcionalidade.

## APÊNDICE 1 – PLANILHA DE CÁLCULO DO LUCRO

SOLUÇÃO ÓTIMA				SOLUÇÃO INTUITIVA			
CLIENTE	QUANT	FATURAM.	LUCRO	CLIENTE	QUANT	FATURAM.	LUCRO
A	2	R\$ 6.208,00	R\$ 4.686,86	A	2	R\$ 6.208,00	R\$ 4.686,86
	1	R\$ 12.471,00	R\$ 7.761,37		1	R\$ 12.471,00	R\$ 7.761,37
B	1	R\$ 14.500,00	R\$ 8.674,11	B	1	R\$ 14.500,00	R\$ 8.674,11
C	5	R\$ 5.210,00	R\$ 3.267,32	C	5	R\$ 5.210,00	R\$ 3.267,32
	1	R\$ 2.228,00	R\$ 1.491,83		1	R\$ 2.228,00	R\$ 1.491,83
	1	R\$ 980,00	R\$ 606,57		1	R\$ 980,00	R\$ 606,57
	1	R\$ 430,00	R\$ 258,14		1	R\$ 430,00	R\$ 258,14
	0	R\$ 0,00	R\$ 0,00		1	R\$ 705,00	R\$ 411,04
	1	R\$ 615,00	R\$ 481,18		1	R\$ 615,00	R\$ 481,18
	0	R\$ 0,00	R\$ 0,00		5	R\$ 3.150,00	R\$ 1.691,61
D	0	R\$ 0,00	R\$ 0,00	D	8	R\$ 17.467,52	R\$ 10.074,80
	0	R\$ 0,00	R\$ 0,00		4	R\$ 2.548,00	R\$ 1.176,30
	0	R\$ 0,00	R\$ 0,00		4	R\$ 607,60	R\$ 278,02
	0	R\$ 0,00	R\$ 0,00		4	R\$ 2.469,60	R\$ 1.056,63
	4	R\$ 5.597,76	R\$ 3.996,65		4	R\$ 5.597,76	R\$ 3.996,65
	4	R\$ 10.231,20	R\$ 8.412,13		4	R\$ 10.231,20	R\$ 8.412,13
	0	R\$ 0,00	R\$ 0,00		4	R\$ 1.803,20	R\$ 1.012,70
	0	R\$ 0,00	R\$ 0,00		4	R\$ 1.941,20	R\$ 914,99
	0	R\$ 0,00	R\$ 0,00		4	R\$ 1.685,60	R\$ 830,09
E	0	R\$ 0,00	R\$ 0,00	E	3	R\$ 4.260,00	R\$ 2.255,95
F	2	R\$ 2.596,00	R\$ 1.791,51	F	2	R\$ 2.596,00	R\$ 1.791,51
G	9	R\$ 12.240,00	R\$ 7.375,19	G	10	R\$ 13.600,00	R\$ 8.194,66
H	2	R\$ 4.456,00	R\$ 2.983,66	H	2	R\$ 4.456,00	R\$ 2.983,66
I	1	R\$ 1.428,00	R\$ 972,06	I	0	R\$ 0,00	R\$ 0,00
	5	R\$ 3.075,00	R\$ 2.364,76		0	R\$ 0,00	R\$ 0,00
J	7	R\$ 8.260,00	R\$ 5.115,72	J	0	R\$ 0,00	R\$ 0,00
	0	R\$ 0,00	R\$ 0,00		0	R\$ 0,00	R\$ 0,00
	0	R\$ 0,00	R\$ 0,00		0	R\$ 0,00	R\$ 0,00
K	4	R\$ 5.500,00	R\$ 3.956,20	K	0	R\$ 0,00	R\$ 0,00
L	0	R\$ 0,00	R\$ 0,00	L	0	R\$ 0,00	R\$ 0,00
M	0	R\$ 0,00	R\$ 0,00	M	0	R\$ 0,00	R\$ 0,00
N	4	R\$ 5.712,00	R\$ 4.013,03	N	0	R\$ 0,00	R\$ 0,00
O	6	R\$ 14.036,40	R\$ 9.601,18	O	0	R\$ 0,00	R\$ 0,00
	6	R\$ 2.883,60	R\$ 1.927,28		0	R\$ 0,00	R\$ 0,00
	0	R\$ 0,00	R\$ 0,00		0	R\$ 0,00	R\$ 0,00
<b>TOTAL</b>		<b>R\$ 118.657,96</b>	<b>R\$ 79.736,76</b>	<b>TOTAL</b>		<b>R\$ 115.760,68</b>	<b>R\$ 72.308,10</b>

## APÊNDICE 2 – RELATÓRIO DO SOLVER

Microsoft Excel 9.0 Relatório de resposta

Planilha: [DATAPOOL.xls]SOLVER

Relatório criado: 19/2/2003 21:17:06

Célula de destino (Máx)

<b>Célula</b>	<b>Nome</b>	<b>Valor final</b>
	SOLUÇÃO	
\$AN\$64	LUCRO	79.736,76

Células ajustáveis

<b>Célula</b>	<b>Nome</b>	<b>Valor final</b>
\$C\$64	SOLUÇÃO X1	2,00
\$D\$64	SOLUÇÃO X2	1,00
\$E\$64	SOLUÇÃO X3	1,00
\$F\$64	SOLUÇÃO X4	5,00
\$G\$64	SOLUÇÃO X5	1,00
\$H\$64	SOLUÇÃO X6	1,00
\$I\$64	SOLUÇÃO X7	1,00
\$J\$64	SOLUÇÃO X8	0,00
\$K\$64	SOLUÇÃO X9	1,00
\$L\$64	SOLUÇÃO X10	0,00
\$M\$64	SOLUÇÃO X11	0,00
\$N\$64	SOLUÇÃO X12	0,00
\$O\$64	SOLUÇÃO X13	0,00
\$P\$64	SOLUÇÃO X14	0,00
\$Q\$64	SOLUÇÃO X15	4,00
\$R\$64	SOLUÇÃO X16	4,00
\$S\$64	SOLUÇÃO X17	0,00
\$T\$64	SOLUÇÃO X18	0,00
\$U\$64	SOLUÇÃO X19	0,00
\$V\$64	SOLUÇÃO X20	0,00
\$W\$64	SOLUÇÃO X21	2,00
\$X\$64	SOLUÇÃO X22	9,00
\$Y\$64	SOLUÇÃO X23	2,00
\$Z\$64	SOLUÇÃO X24	1,00
\$AA\$64	SOLUÇÃO X25	5,00
\$AB\$64	SOLUÇÃO X26	7,00
\$AC\$64	SOLUÇÃO X27	0,00
\$AD\$64	SOLUÇÃO X28	0,00
\$AE\$64	SOLUÇÃO X29	4,00
\$AF\$64	SOLUÇÃO X30	0,00
\$AG\$64	SOLUÇÃO X31	0,00
\$AH\$64	SOLUÇÃO X32	4,00
\$AI\$64	SOLUÇÃO X33	6,00
\$AJ\$64	SOLUÇÃO X34	6,00
\$AK\$64	SOLUÇÃO X35	0,00

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] MONTEVECHI, José Arnaldo Barra. *Apostila de Pesquisa Operacional*. 2002.
- [2] WAGNER, H.M. *Pesquisa Operacional, P.H.B.* (Tradução do “Principles of Operations Research”). 1988.
- [3] MARTINS, Eliseu. *Contabilidade de Custos*. 9ª Edição. Editora Atlas. 2003.
- [4] GONÇALVES, Cleber Jr. PAMPLONA, Edson de O. *Obtenção de Dados para Cálculo de Custos em Micro e Pequenas Empresas: Uma aplicação em uma pequena empresa do setor Eletrônico*. 2001.
- [5] BACHER, Jacobsen. *Contabilidade de Custos*. MacGraw-Hill do Brasil. 1972.
- [6] IUDÍCIUS, Sérgio de. *Contabilidade Gerencial*. Editora Atlas. 1993.
- [7] JOHNSON, Kaplan. *Contabilidade Gerencial*. Editora Campus. 1993.
- [8] Boletim Informativo do Grupo de Pesquisa Operacional. Universidade Católica de Goiás. 2003.
- [9] KAUFMANN, Arnold. *A ciência da Tomada de Decisão*. Zahar Editores. 1975.
- [10] PAMPLONA, Edson de Oliveira. *Contribuição para a análise crítica do sistema de Custos ABC através da avaliação de direcionadores de custos*. 1997.

# ANEXO 1

## PESQUISA OPERACIONAL E CONTABILIDADE GERENCIAL

Talvez o ensino e pesquisa da contabilidade de custos tenham se concentrado mais em modelos simples do que na prática real, devido à influência da pesquisa e da economia operacional. A disciplina da pesquisa operacional começou na Grã-Bretanha, no final dos anos 30, quando cientistas de formação analítica — sobretudo físicos, matemáticos e estatísticos — formularam modelos matemáticos para problemas de decisão do mundo real. Sua motivação no início era relacionada a melhorar a distribuição de recursos, como radares e aviões de caça, durante a Segunda Guerra Mundial. A tentativa se estendeu pelos anos de guerra, com a aplicação de métodos de modelagem e otimização a extensa gama de problemas logísticos. As recém-desenvolvidas máquinas de computação elétricas, analógicas e digitais, capazes de solucionar complexos sistemas de equações, auxiliaram os analistas de pesquisa operacional.

Fimada a guerra, os analistas voltaram a atenção para a modelagem de problemas industriais e a solução de complexos problemas de otimização encontrados nesse ambiente. Juntaram-se a eles os economistas matemáticos, que vinham expandindo sua “Teoria da Firma”, pela introdução de um comportamento de otimização mais complexo no nível da firma. Grandes avanços nas máquinas de computação digital e nos algoritmos matemáticos, como o método simplex de solucionar problemas de programação linear extensos, fizeram florescer a disciplina da pesquisa operacional (PO) nos anos 50. Pesquisadores, consultores e grupos de PO internos às corporações começaram a aplicar modelos de programação lineares, não-lineares, modelos de programação inteira, modelos de programação dinâmica, teoria das filas, teoria dos estoques, teoria dos jogos e teoria da decisão a um vasto conjunto de problemas de decisão gerencial. O papel do computador, não somente como uma máquina calculadora avançada e velocíssima, mas como parte integral dos processos de produção e gerenciais, também começou a se manifestar nessa época.

No final, a influência da PO se alastrou para a área da contabilidade gerencial. Entre 1960 e 1975, um fluxo (ou, para alguns, uma corrente ou inundação) de artigos surgiu, mostrando como as técnicas de pesquisa operacional podiam ser aplicadas aos dados de custos, fornecendo informações relevantes à extensa variedade de problemas de decisão e controle gerencial. Incluía-se, entre essas técnicas: a programação matemática para a otimização de decisões sobre o mix dos produtos, em face das restrições produtivas ou de

vendas; o uso da teoria das probabilidades e da decisão, na análise de decisões de custo-volume-lucro, na incerteza; cômputo dos custos e perdas de oportunidade, no contexto de modelos de otimização; abordagens da teoria das decisões e da programação dinâmica, na determinação de quando investigar divergências informadas pelo sistema contábil da firma; modelos de programação matemática para distribuir custos de despesas gerais, custos do departamento de serviços gerais, custos conjuntos e de subprodutos, e até custos de capital (depreciação); e uso de métodos estatísticos, como a análise de regressão, para estimar custos fixos e variáveis.

A introdução dessas técnicas quantitativas, contudo, não estendeu o domínio da contabilidade gerencial. As técnicas foram aplicadas ao planejamento tático e decisões de controle que as firmas já vinham efetuando desde um século: avaliação da rentabilidade de produtos e determinação de melhores combinações de produtos; auxílio às decisões entre fabricar e comprar; distribuição de custos aos departamentos e produtos; e análise das causas de desvio entre o desempenho real e orçado. A literatura de pesquisa operacional poderia, então, ser vista como sucessora da era da contabilidade de custos da administração científica (1895-1915), em que uma atenção cuidadosa foi dispensada na melhoria da eficiência do local de trabalho, no desenvolvimento de técnicas para auxiliar decisões gerenciais de nível mais baixo, e no monitoramento do desempenho operacional.

Á diferença da administração científica, cujos grandes avanços foram introduzidos e descritos por engenheiros praticantes e gerentes, a literatura da PO foi desenvolvida quase exclusivamente por pesquisadores universitários, e comunicada primariamente a outros acadêmicos. Os pesquisadores praticamente não se preocuparam em trabalhar com organizações reais, na implementação de suas idéias, ou mesmo em discutirem efetivamente com os gerentes operacionais as implicações práticas de suas propostas. Contrastando com isso, Wells, ao examinar antigas inovações de contabilidade de custos resultantes do movimento da administração científica, descreveu a extensa comunicação entre os engenheiros mecânicos norte-americanos responsáveis pela nova tecnologia gerencial.

Uma cultura da fábrica se desenvolveu, com todas as características de um clube de cavalheiros. Dentro do clube, as informações eram livremente compartilhadas. Resultava daí um vasto estoque de conhecimentos e experiência, de propriedade compartilhada, assemelhando-se bastante a um corpo de conhecimentos científicos, Monografias versando sobre avaliação de custos descreviam, via de regra, um sistema de fato em uso. Elas forneciam íntimos detalhes dos sistemas de instalações fabris bem conhecidas.

Vimos também, que as grandes evoluções na gerência e controle de custos ocorreram nas empresas inovadoras de cada época: a Lyman Mills Corporation, as ferrovias, os comerciantes de massa, Carnegie Steel Company, Du Pont e General Motors.

A literatura contemporânea sobre a aplicação de técnicas analíticas aos problemas de contabilidade gerencial carecia de referências aos “sistemas de fato em uso” ou “sistemas de [organizações] bem conhecidas”. Pelo contrário, as referências remetiam aos trabalhos de outros pesquisadores universitários — economistas, pesquisadores operacionais, contadores etc. Os conhecimentos dos pesquisadores da PO das questões gerenciais derivavam, não do estudo de decisões e procedimentos de firmas reais, mas dos modelos estilizados do comportamento gerencial e das firmas, criados por “teóricos” de outras disciplinas acadêmicas. Portanto, tais modelos não foram desenvolvidos para empresas reais, ou nelas testados.

PAMPLONA, Edson de Oliveira